

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**EDI LUIZ ZULIAN VEDANA**

**“ANÁLISE MULTIVARIADA E FRONTEIRA EFICIENTE PARA DIAGNÓSTICO DO  
DESEMPENHO DE FUNDOS DE PENSÃO”.**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de  
mestre em Engenharia de Produção e Sistemas.

Florianópolis, outubro de 1999

**Edi Luiz Zulian Vedana**

**“ANÁLISE MULTIVARIADA E FRONTEIRA EFICIENTE PARA DIAGNÓSTICO DO  
DESEMPENHO DE FUNDOS DE PENSÃO”**

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de “Mestre”, especialidade em engenharia de produção e sistemas, e aprovada em sua forma final pelo programa de pós-graduação em engenharia de produção.

---

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D. – Coordenador

**BANCA EXAMINADORA :**

---

Prof. Edvaldo Alves Santana, Dr. – Orientador

---

Prof . Miguel Angel Verdinelli, Dr. – Coorientador

---

Prof . Valter Saurim, Dr.

***Aos meus filhos Patrícia, Guilherme e Felipe  
pelo incentivo, paciência e amor.***

## AGRADECIMENTOS

Por mais esta etapa vencida, no caminho do conhecimento, quero externar o meu sincero agradecimento em primeiro lugar à minha família, e a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para que isso fosse possível. Neste sentido, é com satisfação que agradeço o apoio de diversos docentes e discentes da área de Engenharia de Produção e Sistemas – EPS, da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, e de amigos particulares, entre os quais:

- O Professor e orientador Edvaldo Alves Santana, amigo de longa data, que oportunizou-me o desenvolvimento do presente estudo com disposição e paciência em todas as suas fases, bem como pelas suas sugestões de modo a esclarecer as dúvidas do caminho;
- O Professor Miguel Angel Verdinelli, exemplo de educador, cujo apoio foi fundamental para o desenvolvimento e concretização dessa dissertação. Foi muito gratificante poder compartilhar dos seus conhecimentos de modo a evoluir meus estudos;
- O Professor Newton C. A da Costa Jr., pelos valiosos ensinamentos na área de Finanças, contribuindo decisivamente para o meu entendimento das suas metodologias bem como pela sua disposição em resolver problemas a qualquer hora;
- O Professor Emílio Araújo Menezes, pelo incentivo e apoio desde o primeiro dia, da primeira disciplina, sem o que provavelmente eu não teria seguido em frente;
- A doutoranda Célia Cristina Zago, cuja ajuda e companheirismo foram de enorme valia no decorrer do desenvolvimento dos trabalhos;
- Os colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFSC: Anete Alberton, Francisco de Resende Baima e Rosilene Marcon, pelas conversas e estudos sobre finanças; e
- O amigo e profissional, Contran Euti Shiquefuzi, pelo apoio em todas as horas.

Em especial, agradeço à Economática Software de Apoio a Investidores Ltda. nas pessoas Sueli Mello, Trini Rios e Ronaldo Agostinho pela atenção e apoio nas pesquisas de dados.

## ÍNDICE ANALÍTICO

<b>RESUMO .....</b>	<b>xi</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>01</b>
<b>1.1 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA .....</b>	<b>01</b>
<b>1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO.....</b>	<b>03</b>
1.2.1 OBJETIVO GERAL .....	03
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	03
<b>1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....</b>	<b>04</b>
<b>1.4 CARACTERIZAÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO .....</b>	<b>05</b>
FUNDOS DE PENSÃO .....	05
REGIME FINANCEIRO .....	07
RESERVAS TÉCNICAS .....	08
RESERVAS MATEMÁTICAS .....	08
ABRAPP .....	08
LEGISLAÇÃO .....	09
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>2 ASPECTOS TEÓRICOS .....</b>	<b>12</b>
<b>2.1 TEORIA ESTATÍSTICA .....</b>	<b>12</b>
2.1.1 MÉTODO DE ANÁLISE DE DADOS .....	12
MODELO FATORIAL .....	13
LIGAÇÕES ENTRE VARIÁVEIS .....	14
CENTRO DE GRAVIDADE .....	14
MÉTRICA .....	15
2.1.2 ANÁLISE DOS COMPONENTES PRINCIPAIS - ACP.....	16
DADOS .....	16
FATORES .....	19
ESQUEMA GERAL DA ACP .....	20
2.1.3 ANÁLISE DE AGRUPAMENTO – AA .....	22

CLASSIFICAÇÃO HIERÁRQUICA .....	23
CONCEITO DE INÉRCIA .....	24
MÉTODO DE WARD .....	27
<b>2.2 TEORIA DE FINANÇAS .....</b>	<b>27</b>
 <b>CAPÍTULO III</b>	
<b>3 MÉTODO BÁSICO DE ANÁLISE .....</b>	<b>39</b>
3.1 <b>CARACTERIZAÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS .....</b>	<b>39</b>
3.1.1 DADOS DOS FUNDOS DE PENSÃO .....	39
CARACTERIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS DOS FUNDOS DE PENSÃO.....	40
3.1.2 DADOS DOS INDICADORES ECONÔMICOS .....	45
DISCRIMINAÇÃO DOS INDICADORES ECONÔMICOS .....	45
3.2 <b>PROCEDIMENTOS UTILIZADOS PARA ANÁLISE DOS MESES TÍPICOS .....</b>	<b>48</b>
3.2.1 ANÁLISE DOS INVESTIMENTOS DOS FUNDOS DE PENSÃO, 01/88 A 12/98 .....	48
3.2.2 ANÁLISE DOS ÍNDICES ECONÔMICOS .....	49
3.3 <b>CARTEIRA DE MERCADO .....</b>	<b>51</b>
3.3.1 DISCRIMINAÇÃO DAS VARIÁVEIS .....	51
3.4 <b>ANÁLISE DAS CARTEIRAS NA FRONTEIRA EFICIENTE .....</b>	<b>56</b>
<b>ESQUEMA METODOLOGICO .....</b>	<b>57</b>
 <b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>4 FRONTEIRA EFICIENTE E O DESEMPENHO DOS FUNDOS DE PENSÃO.....</b>	<b>59</b>
4.1 <b>ESPECIFICAÇÃO DOS DADOS .....</b>	<b>59</b>
4.2 <b>CÁLCULO DOS RESULTADOS .....</b>	<b>60</b>
4.2.1. ANÁLISE DOS COMPONENTES PRINCIPAIS .....	60
4.2.2 ANÁLISE DE AGRUPAMENTO .....	62
4.2.3 RELAÇÃO COMPARATIVA COM ÍNDICES ECONÔMICOS .....	75
4.2.4 ANÁLISE DA FRONTEIRA EFICIENTE .....	81
<b>5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>98</b>
 <b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>101</b>
<b>ANEXOS</b>	

## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 01 - Tabela de dados brutos .....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 02 - Representação dos Dados “Indivíduos x Caracteres” .....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 03 - Relação entre indivíduos e Caracteres .....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 04 - Esquema de Ligações Hierárquicas .....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 05 - Esquema Metodológico .....</i>	<i>57</i>
<i>Figura 06 - Árvore de Classificação (cluster).....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 07 - Representação do mês Típico do Grupo 01 .....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 08 - Árvore de Ligações dos Índices Econômicos .....</i>	<i>70</i>

## LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 01 - Matriz de Autovalores .....</i>	<i>61</i>
<i>Tabela 02 - Demonstração da Matriz do Grupo 1.....</i>	<i>66</i>
<i>Tabela 03 – Demonstração do Risco e Retorno – 07/94 à 04/97.....</i>	<i>83</i>
<i>Tabela 04 – Demonstração do Risco e Retorno – 05/97 à 11/98.....</i>	<i>83</i>
<i>Tabela 05 – Matriz de Correlações – período 07/94 à 04/97.....</i>	<i>84</i>
<i>Tabela 06 – Matriz de Correlações – período 05/97 à 11/98.....</i>	<i>85</i>
<i>Tabela 07 – Saldo do Patrimônio dos Fundos de Pensão- posição percentual em05/97.....</i>	<i>90</i>
<i>Tabela 08 – Carteira de Mínima Variância conforme critério definido – 05/97.....</i>	<i>90</i>
<i>Tabela 09 – Saldos dos Patrimônios dos Fundos de Pensão – posição percentual em 12/98 .....</i>	<i>94</i>
<i>Tabela 10 – Carteira de Mínima Variância conforme critério definido em 12/98.....</i>	<i>95</i>
<i>Tabela 11- Carteira segundo os Fundos de Investimentos em Ações – 05/97.....</i>	<i>95</i>

## LISTA DE QUADROS

<i>Quadro 01 - Instituições da Previdência Privada.....</i>	<i>07</i>
<i>Quadro 02 - Limites Máximos de Investimentos.....</i>	<i>09</i>
<i>Quadro 03 – Identificação das Variáveis dos Fundos.....</i>	<i>40</i>
<i>Quadro 04 – Identificação das Variáveis para Análise da economia .....</i>	<i>45</i>
<i>Quadro 05 – Identificação dos Ativos da Carteira de Mercado.....</i>	<i>51</i>
<i>Quadro 06 – Vinculação entre variáveis e ativos .....</i>	<i>54</i>

Quadro 07 – Identificação da Composição dos Ativos da Carteira de Mercado .....	54
Quadro 08 - Distribuição dos Meses nos Grupos (Fundos) .....	65
Quadro 09 – Meses Típicos .....	67
Quadro 10 – Matriz de Autovalores .....	68
Quadro 11 – Demonstração dos Grupos dos Índices Econômicos .....	71
Quadro 12 – Meses Típicos dos Índices Econômicos .....	71
Quadro 13 – Apresentação das Relações entre os Grupos .....	73
Quadro 14 – Relação dos Meses Iguais ou Próximos .....	74

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01 – Distâncias calculadas com eixos perpendiculares .....	15
Gráfico 02 – Distâncias calculadas com eixos oblíquos .....	16
Gráfico 03 – Curvas de Isoutilidade.....	30
Gráfico 04 – Representação dos Componentes do Risco Total .....	34
Gráfico 05 – Combinações de Títulos com Risco .....	35
Gráfico 06 – Combinações de Títulos sem Risco com Títulos com Risco .....	36
Gráfico 07 – Representação dos Autovalores dos Fundos .....	62
Gráfico 08 – Representação dos Autovalores dos Índices .....	68
Gráfico 09 – Diagrama de Espalhamento – GF01 .....	76
Gráfico 10 – Diagrama de Espalhamento – GF03 .....	77
Gráfico 11 – Diagrama de Espalhamento – GF03 e GF04 .....	78
Gráfico 12 – Diagrama de Espalhamento – GF07.....	79
Gráfico 13 – Diagrama de Espalhamento – GF 08 .....	80
Gráfico 14 – Fronteira Eficiente – critério: proporção máxima de aplicação por ativo 100% - Matriz $R(e_1)_{32 \times 10}$ .....	86
Gráfico 15 – Demonstração do Portfólio na Carteira de Mínima Variância - critério: proporção máxima de aplicação por ativo 100% - Matriz $R(e_1)_{32 \times 10}$ .....	87
Gráfico 16 – Fronteira Eficiente – critério : Resolução 2324 de 30/10/96 – Matriz $R(e_1)_{32 \times 10}$ .....	88
Gráfico 17 – Demonstração do Portfólio na Carteira de Mínima Variância - critério: Resolução 2324 de 30/10/96 – Matriz $R(e_1)_{32 \times 10}$ .....	89
Gráfico 18 - Fronteira Eficiente – critério : proporção máxima de aplicação por ativo 100% - Matriz $R(e_2)_{17 \times 11}$ .....	91



Gráfico 19 - Demonstração do Portfólio na Carteira de Mínima Variância – critério : proporção máxima de aplicação por ativo 100% - Matriz $R(e_2)_{17 \times 11}$ .....	92
Gráfico 20 - Fronteira Eficiente – critério: Resolução 2324 de 30/10/96 – Matriz $R(e_2)_{17 \times 11}$ .....	93
Gráfico 21 - Demonstração do Portfólio na Carteira de Mínima Variância - critério: Resolução 2324 de 30/10/96 – Matriz $R(e_2)_{17 \times 11}$ .....	94

## LISTA DE SIGLAS

<b>AA</b>	- <i>Análise de Agrupamento</i>
<b>ABNT</b>	- <i>Associação Brasileira De Normas Técnicas</i>
<b>ABRAPP</b>	- <i>Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Privada</i>
<b>ACA</b>	- <i>Ação</i>
<b>ACP</b>	- <i>Análise dos Componentes Principais</i>
<b>ANAPP</b>	- <i>Associação Nacional de Previdência Privada</i>
<b>ANBID</b>	- <i>Associação Nacional dos Bancos de Investimentos e Desenvolvimento</i>
<b>ANDIMA</b>	- <i>Associação Nacional das Instituições do Mercado Aberto</i>
<b>BBFUN</b>	- <i>Fundo de Investimento do Banco do Brasil</i>
<b>BC</b>	- <i>Banco Central do Brasil</i>
<b>BM&amp;F</b>	- <i>Bolsa de Mercadorias e Futuro</i>
<b>C1</b>	- <i>Componente Um</i>
<b>CDB</b>	- <i>Certificado de Depósito Bancário</i>
<b>CETIP</b>	- <i>Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos</i>
<b>CML</b>	- <i>Capital Market Line</i>
<b>CNSP</b>	- <i>Conselho Nacional de Seguros Privados</i>
<b>CPC</b>	- <i>Conselho de Previdência Complementar</i>
<b>CVM</b>	- <i>Comissão de Valores Mobiliários</i>
<b>DEB</b>	- <i>Debêntures</i>
<b>DI</b>	- <i>Depósitos Interfinanceiros</i>
<b>DI-OVER</b>	- <i>Taxa do Mercado Interbancário</i>
<b>DOLOF</b>	- <i>Dólar Comercial de Venda</i>
<b>DP</b>	- <i>Desvio Padrão</i>
<b>DPR</b>	- <i>Depósitos a Prazo</i>
<b>EPA</b>	- <i>Empréstimos a Participantes</i>
<b>FGV</b>	- <i>Fundação Getúlio Vargas</i>

<b>FIF</b>	- <i>Fundos de Investimentos de Renda Fixa</i>
<b>FIM</b>	- <i>Financiamentos Imobiliários</i>
<b>FIV</b>	- <i>Fundo de Investimentos em Renda Variável</i>
<b>GF..</b>	- <i>Grupos dos Fundos</i>
<b>IBA</b>	- <i>Instituto Brasileiro de Atuária</i>
<b>IBGE</b>	- <i>Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística</i>
<b>IBOV</b>	- <i>Índice da Bolsa de Valores de São Paulo</i>
<b>IGP-DI</b>	- <i>Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna</i>
<b>IMO</b>	- <i>Imóveis</i>
<b>INCC</b>	- <i>Índice Nacional da Construção Civil - Brasil</i>
<b>INPC</b>	- <i>Índice Nacional de Preços ao Consumidor</i>
<b>IPC</b>	- <i>Índice de Preços ao Consumidor</i>
<b>MAT</b>	- <i>Taxa de Mínimo Atuarial</i>
<b>MAT70</b>	- <i>70% da Taxa de Mínimo Atuarial</i>
<b>MEF</b>	- <i>Matriz de Escores Fatoriais</i>
<b>MEFI</b>	- <i>Matriz de Escores Fatoriais dos Indicadores Econômicos</i>
<b>MV</b>	- <i>Matriz de Mínima Variância</i>
<b>OPA</b>	- <i>Operações com a Patrocinadora</i>
<b>OURO</b>	- <i>Taxa de variação do Mercado de Ouro</i>
<b>OUT</b>	- <i>Outros Investimentos</i>
<b>POUP</b>	- <i>Taxa da Caderneta de Poupança</i>
<b>R<sub>(E)</sub></b>	- <i>Taxa de Retorno Esperado</i>
<b>SELIC</b>	- <i>Taxa Básica da Economia – Títulos Públicos</i>
<b>SPC</b>	- <i>Secretaria da Previdência Complementar</i>
<b>TPU</b>	- <i>Títulos Públicos</i>
<b>TR</b>	- <i>Taxa Referencial</i>

## RESUMO

O presente trabalho se propôs a investigar de forma exploratória o desempenho dos fundos de pensão fechados brasileiros frente a uma carteira hipotética de investimentos. Utilizou de métodos multivariados de análise de dados, como a Análise de Componentes Principais – ACP, a Análise de Agrupamento – AA, e a metodologia da fronteira eficiente. Com os procedimentos multivariados pôde-se identificar que os meses típicos dos fundos de pensão acompanharam, na sua maioria, os movimentos dos indicadores econômicos, apresentando reações nas suas aplicações no próprio mês ou próximo a ele. Em resumo, pôde-se deduzir que aproximadamente 67% do período dos investimentos dos fundos apresentaram coerência com as possibilidades de investimentos oferecidas pelo mercado. Além disso, na comparação da carteira de mínima variância, dos períodos de maio de 97 e dezembro de 98, com os saldos apresentados pelos fundos, dentro dos critérios propostos, as carteiras com restrições legais sugerem proporcionalidade compatível com as dos fundos. Por outro lado, as carteiras calculadas considerando a possibilidade de aplicação de até 100% em cada ativo não apresentaram semelhanças com aquelas dos fundos, demonstrando uma menor eficiência devido a menor diversificação da sua composição.

## **ABSTRACT**

The present work proposes to investigate the exploratory way of Brazilian closed fund holders pension to a portfolio of investments. It was used the multi-varied methods of data analysis, such as Principal Component Analysis – ACP, the Grouping Analysis – AA, and the efficient border methodology. With the multi-varied procedures can be identified that typical months of the pension funds accompanying, in its majority, the economical indicators movement, presenting reactions in its applications in the month itself and next to it. In short, it can be thought that approximately 67% of the period of the fund investments presented coherence with the possibilities of investments offered by the market. Besides, in the comparison of portfolio of minimum variance, from May 97 and December 98, with the balance presented by the funds, in the proposed criteria, the portfolios with legal restrictions suggest proportionality compatible with the funds. On the other hand, the calculated portfolios, considering the possibility of application of 100% in each assets did not present similarities with those from the funds, demonstrating a lower efficiency due to diversification of its composition.



## 1 – INTRODUÇÃO

### 1.1 Caracterização do problema.

A partir da constatação das dificuldades de sobrevivência do Sistema Previdenciário Oficial e do entendimento da sociedade de que é necessário desenvolver uma previdência social que cumpra com os seus objetivos (de garantir a todos os cidadãos participantes o direito de manter um padrão de vida estável, tanto na vida laborativa como na aposentadoria) é que o conceito de fundo de pensão, abertos e fechados, começou a ser discutido nos principais meios de comunicação do País. Alguns elogiam, outros criticam, mas todos têm clara a idéia da representatividade que os **fundos** possuem; na área social, oferecendo a oportunidade de renda complementar, e na área de aplicação de recursos em investimentos diretos e indiretos, beneficiando vários setores econômicos.

Como principais características, os fundos de pensão são agentes captadores de poupança popular, constituídos como sociedades de capitalização, participando ativamente do mercado de capitais com grandes volumes de recursos e horizontes de investimentos a longo prazo.

Embora a **entidade** Fundo de Previdência Complementar exista há bastante tempo, os Fundos Fechados são relativamente novos (regulamentados pela Lei 6.435 de 15 de julho de 1977), fazendo com que o volume financeiro disponível seja relevante e crescente, isto é, existem mais participantes em fase de formação de poupança do que recebendo benefícios. Naturalmente, quanto maior o volume financeiro acumulado mais importância pode ser atribuída à administração do mesmo e aos modelos utilizados para avaliação da performance das aplicações, potencial de retornos futuros e dos riscos assumidos.

Grande parte dos fundos atualmente existentes são – que eram ou ainda são - patrocinados ou copatrocinados por empresas estatais, e representam a maior parcela do patrimônio total desses

fundos privados que estão operando no Brasil. Por causa dessas características, os Fundos brasileiros podem estar vulneráveis às intervenções governamentais, quer sejam de caráter político ou mesmo de natureza econômica. Na verdade, em geral a administração dos fundos das empresas estatais é composta, em sua maioria, por indicação das patrocinadoras.

Visando minimizar estas interferências e estabelecer critérios de diversificação mínima das carteiras de investimentos, foram promulgadas legislações específicas que estabelecem limites percentuais de aplicação dos patrimônios nos diferentes ativos disponíveis no mercado.

Porém, ao mesmo tempo que dificulta intervenções de autoridades governamentais nas estratégias dos fundos, também podem criar restrições nas rentabilidades apresentadas pelos seus investimentos.

Este trabalho tem como preocupação analisar as possíveis conseqüências desse tipo de situação, tendo como referência uma carteira hipotética, chamada de **fronteira eficiente**. Será identificado de que maneira tem-se dado a evolução do desempenho dos fundos, o que não deixaria de ser uma investigação dos efeitos das interferências da legislação nos resultados dos Fundos.

Atualmente, os administradores dos Fundos medem as performances através de modelos tradicionais de avaliação de investimentos (Método do Valor Atual, Taxa Interna de Retorno e outros) e utilizam para isto as rentabilidades alcançadas e as revisões periódicas de cálculos atuariais, que pretendem mostrar a situação econômica e financeira presente e sua capacidade de sobrevivência a eventos aleatórios futuros.

Estas maneiras de avaliação tendem a criar dois campos distintos de visão : (1) aquele que se preocupa com os retornos dos investimentos financeiros, em detrimento de todos os possíveis acontecimentos sociais e administrativos, que geram despesas e custos, e limitam o crescimento dos Fundos, e (2) a preocupação da área atuarial que, investe todos os seus esforços no sentido de desenvolver modelos de análise que envolvem riscos aleatórios e eventos financeiros, estatisticamente possíveis, para sustentar pagamentos aleatórios futuros.

Apesar de ambas as visões serem de extrema importância na manutenção e estabilidade econômica dos Fundos, constata-se a necessidade de um instrumento de avaliação que contemple todas as causas do crescimento dos patrimônios,<sup>1</sup> independentemente da sua origem, e a demonstração da eficiência na distribuição, entre as diversas variáveis, destes patrimônios. Deverá, com isso, oferecer uma ferramenta que amplie as perspectivas de análise dos administradores para, conseqüentemente, alcançarem resultados mais eficazes.

## **1.2 Objetivos do Trabalho**

### **1.2.1 Objetivos Gerais**

Dado o problema definido da forma acima, este trabalho tem como objetivo geral investigar, de forma exploratória, o desempenho dos fundos de pensão fechados brasileiros no acompanhamento dos movimentos da economia e frente a uma carteira hipotética de investimentos.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

Sob o ponto de vista específico o trabalho teve ainda o seguintes objetivos:

- investigar o crescimento do conjunto de investimentos dos fundos de pensão, diagnosticando sua eficiência na manutenção do crescimento patrimonial, segundo o ambiente de

---

<sup>1</sup> As principais causas de crescimento podem ser : de origem financeira, como as rentabilidades patrimoniais e retornos financeiros; de origem populacional, com o aumento do número de participantes; de origem vegetativa, com o crescimento do número de Fundos.



investimentos disponível no mercado, durante o período de janeiro de 1988 a dezembro de 1998.

- utilizar uma metodologia de análise que congregue diversas técnicas, a saber: análise de componentes principais – ACP, análise de agrupamento – AA e fronteira eficiente;
- discutir o problema do crescimento do conjunto dos investimentos dos fundos de pensão, caracterizando as implicações de políticas econômicas; e
- mostrar diferentes métodos estatísticos que podem ser eficientemente utilizados para a análise de um problema de desempenho financeiro.

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

De forma a alcançar os objetivos descritos, este trabalho é composto, além da introdução, de quatro capítulos, cuja organização e seqüência são aqui apresentados brevemente.

No segundo capítulo descreve-se a fundamentação teórica que orienta os estudos desenvolvidos neste trabalho. No terceiro capítulo, por outro lado, é apresentado o método utilizado para execução das avaliações, o qual inclui aplicações da análise de dados, Análise dos Componentes Principais – ACP, Análise de Agrupamento – AA, e a metodologia financeira da Fronteira Eficiente. Os resultados obtidos com a aplicação do método estão detalhados no capítulo 4 e, por último, no capítulo 5, são destacadas as conclusões e recomendações mais relevantes.

## 1.4 Caracterização do Objeto de Estudo

### Fundos de Pensão

A partir da saída do homem do meio rural, passando a constituir-se como trabalhador de centros urbanos, após a Revolução Industrial, talvez a principal preocupação tenha sido qual será a sua capacidade de manter, no futuro, a vida com as mesmas características emocionais e físicas da sua fase laborativa. Para isso, é necessário que tenha todas as suas necessidades básicas atendidas, não por caridade ou paternalismo mas por filosofias e conceitos que o dignifiquem como ser humano.

Segundo Póvoas<sup>2</sup> “ *Distinguimos duas classes de riscos sociais: os exógenos que se materializam por causas alheias ao indivíduo; e os endógenos que materializam por causas inerentes à natureza bio-social do indivíduo (...) os riscos sociais criam estados de necessidades, quebras no nível de vida que a sociedade politicamente organizada tem obrigação de sanar. Compete pois ao Estado, no desempenho do seu papel político-social, cuidar do bem-estar da população, nomeadamente resolver os problemas dos estados de necessidade, isto é, ao mesmo tempo que define e procura executar uma política de pleno emprego oferece o apoio da segurança social.*”

As opções possíveis para se proteger destes riscos são : poupança individual, seguro social e planos de aposentadoria patrocinados pelos empregadores. Com as dificuldades dos governos em manter instituições que propiciem a necessária renda ao trabalhador aposentado (Seguro Social), a sociedade civil organizou-se e desenvolveu instituições que lhes garantisse esta renda, obtendo, assim, segurança e tranquilidade futura.

---

<sup>2</sup> PÓVOAS, MANUEL SEBASTIÃO SOARES, Previdência privada – filosofia, fundamentos técnicos, conceituação jurídica, Funenseg 1985 – pag 28/29.

*“Em previdência privada o conjunto sistematizado de coberturas para atender, de forma geral ou particular, às necessidades previdenciárias de uma pessoa, fora do sistema de previdência social, chama-se Plano Previdenciário, Plano de Benefícios ou Plano de Concessão de Benefícios”.*<sup>3</sup>

Para o administrador de um fundo de pensão acompanhar as tendências de internacionalização das economias é necessário que tenha como arbitrar investimentos de longo prazo contra os investimentos de curto prazo, possua ativos de *hedge* anti-inflacionários e outros ativos cuja formação de preços reflita o estado da economia mundial.

Para tanto, a Lei 6.435 de 15 de julho de 1977, como regulador máximo da previdência privada, define dois níveis de classificação de subdomínio destas entidades, além de estabelecer a subordinação de cada um a distintos órgãos normativos:

- o subdomínio da previdência privada **fechada**, mais conhecidos como **fundos de pensão**, são entidades de Direito Privado, específicos a determinados grupos de empregados ou empresas e têm como finalidade a instituição de planos complementares ao sistema de previdência oficial; e
- o subdomínio da previdência privada **aberta**, cujos planos são instituídos como pecúlios ou rendas de valores prefixados, onde qualquer pessoa pode participar desde que custeie seu plano de benefício. Podem ser sociedades com fins lucrativos ou não, enquadradas como segmento operacional do Sistema Nacional de Seguros Privados e na área de competência do Ministério da Fazenda. São normatizados pelo Conselho Nacional de Seguros Privados e fiscalizados pela Superintendência de Seguros Privados.

O quadro 01 discrimina os órgãos de controle e fiscalização dos fundos de pensão, fechados e abertos, bem como as associações a eles vinculadas.

---

<sup>3</sup> IBID – cap. V, pag.111.

**Quadro 01 – Quadro Institucional da Previdência Privada - Lei 6.435/77**

<b>INSTITUIÇÕES DA PREVIDÊNCIA PRIVADA</b>		
<b>LEI 6.435/77</b>		
	<b>ENTIDADES FECHADAS</b>	<b>ENTIDADES ABERTAS</b>
Área de Influência	Ministério da Previdência e Assistência Social	Ministério da Fazenda
Órgão Normativo	Conselho da Previdência Complementar	Conselho Superior de Seguros Privados
Órgão Executivo	Secretaria da Previdência Complementar	Superintendência de Seguros Privados
Associação de Classe	Abrapp	Anapp

Fonte : Manuel Sebastião Soares Póvoas

Previdência Privada - Funenseg - 1985. Pag.100/101

De forma geral, segundo a legislação atual, as entidades fechadas têm autorização para oferecer serviços iguais à previdência social, enquanto que as entidades abertas só podem oferecer planos na forma de rendas e pecúlios. Os fundos fechados, com suas atividades subordinadas ao Ministério da Previdência e Assistência Social, podem ser patrocinados tanto por empresas privadas como as estatais, segundo autorizações específicas e normas gerais e técnicas aprovadas pelo Conselho de Previdência Complementar (CPC), bem como o controle executivo da Secretaria de Previdência Complementar (SPC).

### **Regime Financeiro**

Os fundos fechados acham-se organizados sob o regime de capitalização e o participante integra, no decorrer do seu período laborativo, totalmente os recursos garantidores dos seus benefícios

futuros. O Decreto-Lei 81.240/78 determina que os planos de benefícios que deverão ser estruturados neste regime financeiro serão os de aposentadoria de qualquer natureza.<sup>4</sup>

### **Reservas Técnicas**

*“Os regimes financeiros objetivam a avaliação dos planos de benefícios, de forma que as contribuições sejam suficientes para que, no conjunto dos inscritos de um plano, os benefícios sejam pontualmente pagos; mas para que isso aconteça é necessário que as entidades constituam e invistam as necessárias reservas técnica”.*<sup>5</sup>

### **Reservas Matemáticas**

Define-se reservas matemáticas como o fundo financeiro que expressa, a cada momento, as responsabilidades assumidas com a massa de participantes. É formada por contribuições efetuadas por participantes e as entidades, de acordo com regras determinadas atuarialmente. As reservas técnicas, como de resto os planos de benefícios, deverão ser avaliados anualmente por profissionais habilitados pelo Instituto Brasileiro de Atuária (IBA) seguindo as bases técnicas definidas pela Resolução 10/83 do Conselho Nacional de Seguros Privados- CNSP, tanto das entidades abertas como nas entidades fechadas.

### **Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Privada – ABRAPP**

A ABRAPP, fundada em 3 de março de 1978, tem como principal papel oferecer, exclusivamente às entidades fechadas de previdência privada, a defesa de interesses comuns e respaldo técnico através da manutenção dos serviços especiais de coletas, sistematizações, divulgação e distribuição às Associadas e ao público em geral, de informações, dados, trabalhos, estudos

---

<sup>4</sup> PÓVOAS (op.cit) pag.124

<sup>5</sup> PÓVOAS (op.cit)

técnicos e documentos relacionados com os seus objetivos, através da publicação de revistas, jornais, periódicos, bem como qualquer outra forma e meios de comunicação, inclusive discos e fitas de áudio e vídeo em geral.

## **Legislação**

Os fundos de pensão fechados possuem regulamentações legais específicas, sendo que, a partir da regulamentação da Lei 6.435/77 de 15/07/1977 passaram a ser editadas regras, via Resolução do Banco Central, para a manutenção do tripé segurança/rentabilidade/liquidez. Até dezembro de 1998, data limite dos dados coletados para elaboração deste trabalho, a Resolução em vigor é a de número 2.324, de 30/10/1996 (Anexo 08). Esta Resolução apresenta limites legais para aplicação de investimentos, como pode ser visto no quadro 02.

**Quadro 02 - Limites Máximos de Investimentos**

<b>MODALIDADE</b>	<b>LIMITE MÁXIMO %</b>
Títulos Públicos	100 %
Renda Fixa	80 %
Renda Variável	50 %
Títulos Rurais	3 %
Fundos Imobiliários	10 %
Fundos de Empresas Emergentes	5 %
Imóveis	20 % até 31/12/1997
	19 % até 31/12/1998
	18 % até 31/12/1999
	17 % até 31/12/2000
	16 % até 31/12/2001
	15 % a partir de 1/1/2002
Empréstimos a Participantes	3 %
Financiamento Imobiliário aos Participantes	7 %
Empréstimos às Patrocinadoras	10 %

Mesmo com a existência dos limites legais, mostrados no quadro 02 acima, os fundos de pensão possuem espaços de ação que permitem negociações com o mercado de capitais. Como a legislação determina os limites máximos, fica a critério de cada Fundo o nível de distribuição dos patrimônios nas diversas modalidades que julgar conveniente, conforme suas características gerenciais, o que pode torná-lo mais ou menos eficiente, dependendo das suas opções de investimentos.

O número atual de 296 fundos associados à ABRAPP foi bastante alterado no decorrer do tempo. Em 1988 somavam 173 fundos, com patrimônio total de US\$ 9,695 bilhões. Atualmente (dez/98) a soma dos investimentos dos 296 Fundos de Pensão fechados, estatais e privados, existentes no País representam o montante financeiro de US\$ 72.324 bilhões. (ABRAPP).





## **2 – ASPECTOS TEÓRICOS**

Para fundamentar o desenvolvimento do trabalho, utilizou-se, ao mesmo tempo, de teorias estatísticas e teorias de finanças. Dentro das teorias estatísticas sentiu-se necessidade de uma introdução à metodologia de Análise de Dados, através de uma descrição sucinta do Modelo Fatorial, que serve como pré-requisito para o entendimento da Análise de Componentes Principais e, de certo modo, para a Análise de Agrupamento, que são essenciais para a compreensão do método de Ward utilizado.

Por outro lado, em relação à teoria de finanças, foi aplicada a metodologia desenvolvida por Markowitz (1952) que trata da diversificação de ativos e da determinação da Fronteira Eficiente.

### **2.1 Teoria Estatística**

#### **2.1.1 Método de Análise de Dados**

Para se trabalhar com análise de dados é preciso ter-se em conta alguns fatores fundamentais com relação aos dados iniciais que serão utilizados nos processos. Na matriz denominada “Tabela de Dados Brutos” é necessário verificar: a) quais os tipos de dados que ela contém, se são quantitativos ou qualitativos; b) verificar se estão corretos ou não (erros de medidas, inconsistências e outros); c) valores ausentes; d) objetivo da construção da tabela; e) avaliação das semelhanças entre os indivíduos, através dos atributos selecionados; e, f) avaliação pela associação entre as variáveis selecionadas e as observadas no conjunto de dados.

**Figura 01 - Tabela de Dados Brutos**

	D1....	D2....	Dj....	....Dp
1				
i			$x_{ij}$	
n				

- a **i-ésima** linha contém os valores das **p-variáveis** sobre o **i-ésimo** indivíduo observado.
- a **j-ésima** coluna contém os valores da variável **j** no **n-indivíduos** observados.

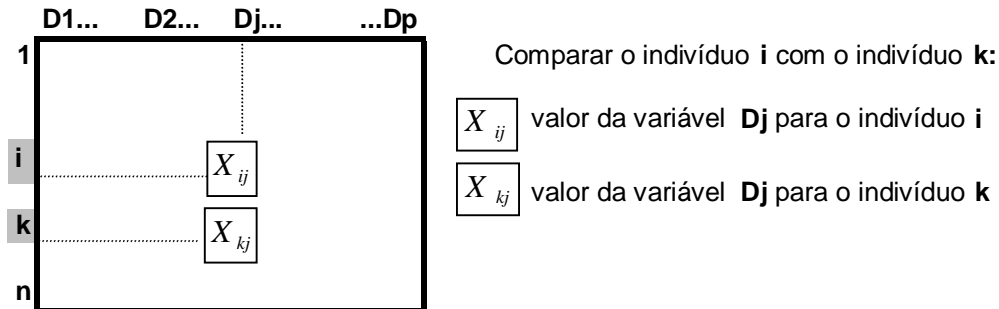
## Modelo Fatorial

A estatística tradicional tem como característica fundamental o estudo de um todo a partir de uma amostra fracionária do mesmo. Para isso, desenvolveu as noções de estimativas e de testes fundados em hipóteses muito restritivas a partir de um número pequeno de dados. Na verdade os dados são compostos por um grande número de variáveis a eles vinculadas e que lhes fornecem as características do momento.

Os modelos de análises estão bastante relacionados às informações que os dados fornecem, utilizando-se de séries temporais, espaciais ou uma combinação das duas. A qualidade da adequação e da acuidade das conclusões depende, contudo, dos dados usados. Os dados que não são representativos, ou que não tenham sido propriamente compilados, podem resultar em adequação pobre e conclusões errôneas (Miranda et al., 1995).

Da Tabela de Dados Brutos (Figura 01), pode-se construir uma Matriz de Dados “indivíduos x caracteres” (Figura 02), que permite a representação gráfica dos seus conteúdos bem como aplicar a metodologia de Análise de Dados.

**Figura 02 – Representação dos Dados “Indivíduos x Caracteres”.**



### Ligações entre Variáveis

A ligação entre duas variáveis quantitativas baseia-se no grau de dependência linear, calculado pelo coeficiente de correlação, cuja finalidade é mostrar a intensidade da referida ligação.

### Centro de Gravidade

Determina-se o centro de gravidade **g** da nuvem de pontos das **p** variáveis explicativas numéricas, transformando cada variável  $x_i$  em uma variável centrada. Inicia-se o procedimento calculando o

valor médio das variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , através da fórmula:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) posteriormente

se faz o cálculo dos desvios da média  $(x_j - \bar{x}_j)$ . Isto equivale a colocar a origem dos eixos no centro de gravidade da nuvem. Diz-se, neste caso, que os dados foram reduzidos ou centrados.

Eles podem também ser padronizados, quando os desvios da média são divididos pelos

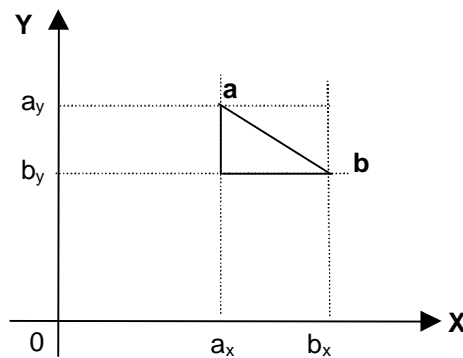
respectivos desvios padrões  $\frac{X_j - \bar{X}_j}{S_j}$ . Neste caso os dados são centrados e padronizados.

## Métrica

Como medir a distância entre dois pontos? A física calcula esta distância pelo teorema de Pitágoras<sup>6</sup> onde o quadrado da distância é a soma dos quadrados das diferenças das coordenadas, pois as dimensões são de mesma natureza. São comprimentos que se medem com a mesma unidade.

$$d^2_{(a,b)} = (b^x - a^x)^2 + (a^y - b^y)^2 \quad (01)$$

**Gráfico 01 – Distâncias calculadas com os eixos perpendiculares**



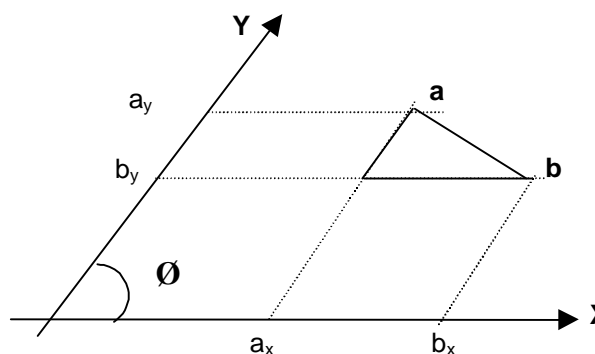
Porém, esta fórmula só é válida quando os eixos são perpendiculares, o que em estatística é pura convenção representar as variáveis por eixos perpendiculares. Como, então, calcular as distâncias entre dois indivíduos? Poderia ser calculada segundo uma distribuição dos eixos com ângulos oblíquos, assim representados:

$$d^2_{(a,b)} = (b^x - a^x)^2 + (a^y - b^y)^2 - 2(b^x - a^x)(a^y - b^y) \cos \Theta \quad (02)$$

---

<sup>6</sup> Fórmula do triângulo retângulo – hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

**Gráfico 02 – Distâncias calculadas com eixos oblíquos**



A expressão matricial do cálculo das distâncias é:

$$d^2_{(a,b)} = (a - b)' M (a - b) \quad (03)$$

onde:  $a$  e  $b$  são vetores do espaço dos indivíduos e  $M$  é qualquer matriz simétrica positiva definida. A métrica ( $M$ ) mais utilizadas em ACP é a matriz diagonal do inverso das variâncias, o que faz com que as distâncias não dependam mais das unidades de medidas isto é, os dados ficam padronizados.

### 2.1.2 - Análise dos Componentes Principais – ACP

#### Dados

Escofier e Pagès (1992) explicam que a Análise de Componentes Principais (ACP) se aplica a matrizes bidimensionais que cruzam indivíduos e variáveis quantitativas, representadas por **indivíduos x variáveis quantitativas**, onde as linhas da matriz representam os indivíduos e as

colunas representam as variáveis. Na intercessão da linha  $i$  com a coluna  $j$  se encontra o valor da variável  $j$  no indivíduo  $i$ , como demonstrado na figura 01.

Entende-se, assim, que indivíduos e variáveis possuem noções e naturezas diferentes. Com referência aos indivíduos, quanto mais próximos são os seus valores mais eles se assemelham. Em ACP, a distância entre dois indivíduos se define como o estabelecido na equação 03.

Já as variáveis representam as relações entre os indivíduos, e o que se quer medir é a intensidade dessas relações. A relação entre duas variáveis se mede pelo coeficiente de correlação linear ou pela covariância, dependendo da escolha inicial no trabalho.

Os coeficientes de correlação e covariância são calculados da seguinte forma:

$$r_{(a,b)} = \frac{\text{cov}(a,b)}{\sqrt{(\text{var}(a) \cdot \text{var}(b))}} \quad (04)$$

ou :

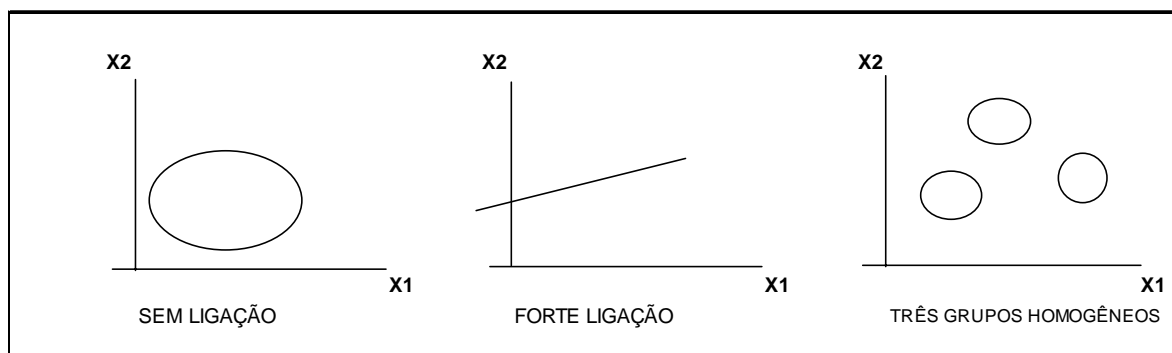
$$S_{ab} = \frac{1}{I} \sum_{i \in I} \frac{(a_i - \bar{a})}{S_a} \frac{(b_i - \bar{b})}{S_b} \quad (05)$$

sendo:  $S_{ab}$  a covariância entre  $a$  e  $b$ ;  $\bar{a}, \bar{b}$  as médias das variáveis  $a$  e  $b$ ; e  $S_a, S_b$  seu desvio padrão.

Para Bouroche e Saporta (1982), a ACP tem por objetivo a descrição dos dados contidos num quadro de indivíduos x caracteres numéricos, sendo  $p$  variáveis são medidas em  $n$  indivíduos.

Quando há apenas dois caracteres  $X1$  e  $X2$  é fácil representar, num gráfico plano, o conjunto dos dados: cada indivíduo  $e_i$  é então um ponto de coordenadas  $X1_i$  e  $X2_i$  e o simples exame visual do comportamento da nuvem (Figura 03) permite estudar a intensidade da ligação entre  $X1$  e  $X2$  e demarcar os indivíduos ou grupos de indivíduos que apresentem características vizinhas:

**Figura 03 – Relação entre Indivíduos x Caracteres**



Se há até três caracteres, o estudo visual é ainda possível fazendo a geometria no espaço. Todavia, quando o número de caracteres  $p$  se torna superior ou igual a quatro, isso passa a ser impossível. Neste caso, a ACP vem em auxílio, propiciando uma redução de indivíduos ou variáveis para facilitar a interpretação e análise das inter-relações dos dados da matriz.

Portanto, a finalidade da ACP é de substituir um conjunto de variáveis correlacionadas por um pequeno número de variáveis sintéticas, não correlacionadas entre si, chamadas de componentes principais, definidas como combinações lineares das variáveis iniciais, e estando ordenadas de tal maneira que a variância decresça da primeira à última.

Então a ACP, conforme Escofier e Pagès (1992), se propõe a responder perguntas como as seguintes: Quais indivíduos se assemelham? Quais se diferenciam? Existem grupos homogêneos? Pode-se por em evidência uma tipologia dos indivíduos? Ou, em relação às variáveis, as perguntas: Que variáveis são positivamente relacionadas entre si? Quais as que se opõem (relacionadas negativamente)? Existem grupos de variáveis correlatas entre si? Pode-se por em evidência uma tipologia das variáveis?

## Fatores

Os fatores são o resultado do processo da ACP que transforma a variabilidade dos dados originais em novas variáveis não correlacionadas, que nada mais são do que uma maneira de se demonstrar, de modo mais conveniente, o mesmo conjunto de resultados. Trata-se das projeções dos pontos num plano fatorial, maximizando a média dos quadrados das distâncias destes pontos ao seu centro de gravidade.

Resumidamente pode-se entender **fatores** como sendo o resultado de procedimentos e cálculos, visando diminuir o número de novas variáveis que traduzem a maior informação possível do conjunto de dados original.

Utilizando a notação matricial, a matriz original  $D$  com  $p$  variáveis pode ser transformada em uma matriz  $F$  de variáveis hipotéticas não correlacionadas. Para isto, deve-se pós-multiplicar  $D$  por uma matriz ortogonal  $A$ , cujas colunas são, num tipo de solução, os autovetores normalizados.

Então:

$$F_{(n \times p)} = D_{(n \times p)} \cdot A_{(p \times p)} \quad (06)$$

onde  $F$  é a matriz de escores fatoriais,  $A$  é a matriz de cargas fatoriais e  $D$  é a matriz de dados

A partir das matrizes  $F$  e  $A$  pode-se reconstituir a tabela original de dados ou aproximar, se o número de fatores  $k$  extraídos é  $k < p$ , isto é, não considerar todos os fatores calculados.

Então:

$$a) \quad D_{(n \times p)} = F_{(n \times p)} A'_{(p \times p)}$$

$$b) \quad D_{(n \times p)} \cong F_{(n \times k)} A'_{(k \times p)}$$



$$c) D_{(n \times p)} = F_{(n \times k)} A'_{(k \times p)} + E_{(n \times p)} \quad (07)$$

onde:  $E$  = matriz de resíduos aleatórios.

Bouroche e Saporta (1982) explicam que a representação de um número elevado de indivíduos num gráfico plano terá a configuração deformada, tendo em vista que os pontos no plano são diferentes das distâncias no espaço.

O gráfico dos indivíduos é uma representação aproximada das distâncias entre eles. O de variáveis se pode considerar como um elemento explicativo desta representação: os indivíduos situados em um mesmo extremo de um eixo ficam próximos por terem, geralmente, valores da mesma proporção. Também pode ser utilizado como auxiliar na interpretação do gráfico de variáveis: duas variáveis muito correlacionadas ficam, normalmente, situadas no mesmo lado do eixo. No eixo que corresponde a nuvem de indivíduos, aqueles que tem valores altos em ambas as variáveis, ficarão, normalmente, do mesmo lado que elas; e os valores baixos ficarão, normalmente, no lado oposto.

### **Esquema Geral da ACP**

Segundo Escofier e Pagès (1992), o esquema geral da ACP pode ser compreendido pelos seguintes itens:

1. os dados brutos, indivíduos e variáveis são representados por linhas e colunas, não possuem sentido em si mesmos e não representam papéis simétricos;
2. os dados centrados e padronizados transformam a matriz, independe de se trabalhar com indivíduos ou variáveis. Esta transformação permite evitar a arbitrariedade das unidades de medidas;

3. ao trabalhar os indivíduos, a matriz é considerada como uma justaposição de linhas. No caso das variáveis, a matriz é uma justaposição de colunas. De qualquer um dos modos, é a mesma matriz que se considera de maneiras diferentes;
4. em uma sucessão de números pode-se tomar um ponto qualquer que representa um indivíduo. Esta sucessão é chamada de nuvem de pontos dos indivíduos semelhantes. Pode-se então tomar as medidas das distâncias dos indivíduos até o centro de gravidade da referida nuvem, o qual é calculado quando centraliza-se a matriz, fazendo coincidir a origem dos eixos e o centro de gravidade;
5. uma variável é uma sucessão de  $n$  números e pode ser representada por um vetor em  $\mathbf{R}^n$ . Na nuvem das **p-variáveis** o interesse principal é para o ângulo que se forma entre elas. O cosseno deste ângulo interpreta-se como coeficiente de correlação. A padronização faz com que todas as variáveis fiquem situadas sobre uma hipersfera de raio 1;
6. a análise fatorial de uma nuvem consiste em poder apresentar uma sucessão de direções tais que a inércia, com respeito a origem da projeção da nuvem sobre essas direções seja máxima. Em  $\mathbf{R}^p$ , onde a origem  $\mathbf{O}$  coincide com o centro de gravidade  $\mathbf{G}$ , os eixos fatoriais são as direções de máxima distância dos **n-indivíduos**. Em  $\mathbf{R}^n$ , onde a projeção de uma variável sobre a outra se interpreta como seu mútuo coeficiente de correlação, os eixos fatoriais são novas variáveis hipotéticas;
7. o plano fatorial que cruza dois fatores de indivíduos mostra uma imagem aproximada da disposição dos **n-indivíduos** em  $\mathbf{R}^p$ . A distância entre dois pontos se interpreta como uma dessemelhança;
8. o plano fatorial que cruza dois fatores de variáveis demonstra uma imagem aproximada da disposição das **p-variáveis** em  $\mathbf{R}^n$ ; e
9. como consequência de relações de transição, as interpretações dos eixos fatoriais podem-se efetuar conjuntamente. Resultando numa superposição de ambas as representações.

### 2.1.3 Análise de Agrupamentos - (AA)

Segundo Bouroche e Saporta (1982), os métodos de classificação ou agrupamento têm como objetivo agrupar indivíduos em um número restrito de classes homogêneas.

Normalmente os grupos devem ser formados a partir da reunião dos indivíduos, de variação semelhante, segundo suas características determinadas pelas variáveis. Nada impede, porém, que se agrupe variáveis segundo as características dos indivíduos.

Uma AA típica começa com a transformação da matriz original em outra matriz de correlação, levando em conta uma maneira de combina-las em outros grupos, de tal modo que cada um, represente um conglomerado de variáveis/indivíduos que tiveram suas respectivas correlações maximizadas. Identificando assim, fatores comuns não diretamente observáveis no conjunto original de dados. Desse modo, aplicar a análise de agrupamento em um conjunto de dados significa reunir os indivíduos pela sua aparência (similaridade ou dissimilaridade).

A verificação da semelhança, quando o número de objetos envolvidos é pequeno, pode ser reconhecida pela simples inspeção visual. Contudo, quando o número de objetos torna-se elevado é necessário utilizar-se de coeficientes que quantifiquem a semelhança.

A **distância Euclidiana** é a medida mais conhecida de aparência (dissimilaridade), sendo que quanto mais parecidos forem dois objetos, menor é a sua distância.

Para medir a proximidade entre os objetos A e B, a distância euclidiana é calculada por:

$$d(A, B) = \left[ \sum_{i=1}^p ((x_i(A) - x_i(B))^2 / p) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (08)$$

Existem dois grandes tipos de métodos de classificação:

- os não-hierárquicos, que produzem uma partição em um número fixo de classes; e
- os hierárquicos, que produzem seqüências de partições em classes cada vez maiores.

Uma outra forma de medir semelhanças entre objetos é também a distância absoluta, proposta por Daserathy (1966) e utilizada por Santana (1994) para mostrar a similaridade entre uma solução ideal e um conjunto de soluções reais. Neste caso,

$$d(A, B) = \sum_{i=1}^h |x_{ij} - x^+_j| \quad (09)$$

onde  $x_{ij}$  é o valor do objeto  $i$  em relação ao critério  $j$  e  $x^+_j$  é o objeto ideal para o critério  $j$ .

### Classificação Hierárquica

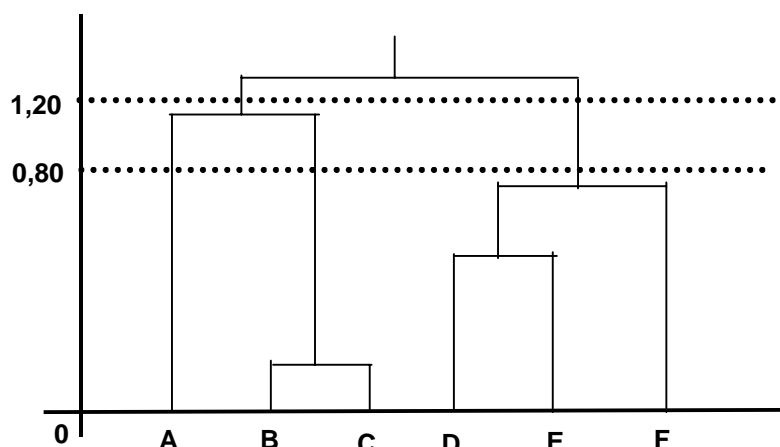
Em relação ao método de classificação hierárquica, Bouroche e Saporta<sup>7</sup> definem que “*Seu princípio consiste em construir uma série de partições em  $n$  classes,  $n - 1$  classes,  $n - 2$  classes..., encaixadas umas nas outras da seguinte maneira: a partição em  $k$  classes é obtida agrupando-se duas das classes da partição em  $k + 1$  classes. Há, pois, no total,  $n - 2$  partições a determinar, pois que a partição em  $n$  classes é aquela em que cada indivíduo é isolado e partição em uma classe não é senão a reunião de todos os indivíduos*”.

A classificação hierárquica é assim denominada tendo em vista que a representação dos resultados deste agrupamento é feito através de uma figura em forma de árvore, cujas ligações representam a intensidade de semelhança entre os objetos, como pode ser visualizado no dendograma abaixo, figura 04.

---

<sup>7</sup> Bouroche e Saporta. Análise de dados, Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1982, p.52

**Figura 04 – Esquema de Ligações Hierárquicas**



Os grupos podem ser identificados dependendo do nível de **corte** no dendograma, verificando quais as ligações que serão descartadas. Assim, se o corte for no nível 1,20 haverá a formação de dois grupos (A,B,C) e (D,E,F); já se o corte for no nível 0,80 reconheceremos três grupos (B,C), (D,E,F) e o (A) que se isolou do grupo (A,B,C) quando o corte foi num nível mais alto.

### Conceito de Inércia

Para explicar o conceito de inércia seguiu-se Verdinelli e Silva (1997). Se representarmos os vetores observacionais,  $\mathbf{o}$ , e as linhas de uma matriz de dados no espaço das **p-variáveis**, as colunas desta matriz, pode-se definir a inércia total da nuvem de pontos-observações como a média dos quadrados das distâncias desde todos os pontos ao centro de gravidade  $\mathbf{g}$  da nuvem :

$$I = \frac{1}{n} \sum p_i \mathbf{o}_i' \mathbf{M} \mathbf{o}_i \quad (10)$$

onde:  $\mathbf{p}$  é o peso de cada variável;  $\mathbf{o}$  é o vetor observacional;  $\mathbf{o}_i' \mathbf{M} \mathbf{o}_i = \|\mathbf{o}_i\|^2$  módulo dos vetores ao quadrado, e  $\mathbf{M}$  é a métrica.

Assim, dispõe-se de um número que mede a dispersão global das informações e, quando seu valor é próximo de zero, significa que os pontos são muito semelhantes e quase se confundem com o centro de gravidade.

Se os dados foram reduzidos e padronizados, o centro de gravidade é a origem das coordenadas, sendo a inércia igual à média dos quadrados das  $\frac{1}{2} n(n-1)$  diferentes distâncias entre os pontos da nuvem.

A inércia total pode ser dividida em grupos distintos de acordo com sua classificação hierárquica, podendo ser interclasse ou intraclasse. Segundo Bouroche e Saporta<sup>8</sup> “... *Uma classe será, pois, tanto mais homogênea quanto menor a sua inércia. Chamemos de  $I_1, I_2, \dots, I_k$  as inércias de cada classe, calculadas em relação a seus centros de gravidade respectivos  $g_1, g_2, \dots, g_k$  e de  $P_1, P_2, \dots, P_k$  os pesos dessas classes:  $P_j$  é a soma dos pesos dos indivíduos da classe  $j$ . A média dessas inércias é chamada inércia intraclasse e é expressa por  $I_w$ :*

$$I_w = \sum_{j=1}^k P_j I_j \quad (11)$$

*É pois desejável que  $I_w$  seja a menor possível para ter um conjunto de classes muito homogêneas.*

---

<sup>8</sup> Bouroche e Saporta (op.cit) p.48

Consideraremos agora o conjunto dos  $k$  centros de gravidade  $g_1, \dots, g_k$ . Sua dispersão em torno de  $\mathbf{G}$ , centro de gravidade de nuvem total dos  $n$  indivíduos, é chamada inércia interclasse e se expressa por  $I_B$ :

$$I_B = \sum P_j d^2(g_j; \mathbf{g}) \quad (12)$$

Um grande valor de  $I_B$  indica uma boa separação das classes e convirá portanto que  $I_B$  seja a maior possível”.

Assim a soma de  $I_w + I_B = I_t$ , onde  $I_t$  é a inércia total. Para tornar a inércia interclasse máxima deve-se obrigatoriamente tornar a inércia intraclasse mínima, o que é a melhor partição para agrupamento de indivíduos semelhantes.

Em consequência disto, o plano que torna máxima a inércia das projeções dos pontos é aquele que minimiza a média dos quadrados da distância dos pontos da nuvem ao plano. Ou seja, o plano passa por  $\mathbf{G}$ .

Por outra parte demonstra-se que :

$$I = \mathbf{M} \cdot \text{tr}(\mathbf{S}) \quad (13)$$

onde  $\mathbf{M}$  é a métrica;  $\text{tr}(\mathbf{S})$  é o traço da matriz  $\mathbf{S}$ .

que permite uma série de possibilidades conforme a métrica ( $\mathbf{M}$ ) empregada. As mais usadas são  $\mathbf{M}=\mathbf{I}$ , ou seja a inércia é igual à soma das variâncias das variáveis, e  $\mathbf{M}=\text{diag}(\mathbf{S}^{-2})$ , o que torna a inércia igual ao número de variáveis.

## Método de Ward

Dentre os inúmeros métodos de ligações existentes, é aqui explicado o método de *Ward* que serve de base para este trabalho. Este método utiliza a análise de variância aproximada para avaliar as distâncias entre grupos. Procura minimizar a soma dos quadrados de dois grupos hipotéticos que são formados em cada fase de agrupamento.

Conforme dito anteriormente, a qualidade de uma partição pode ser definida pela inércia intraclasse ou pela inércia interclasse. De qualquer modo, uma boa partição é aquela que apresenta uma grande inércia interclasse pois com isso, os grupos formados são, com certeza, bastante homogêneos.

Para Bouroche e Saporta<sup>9</sup> o algoritmo de *Ward* pode ser formalizado como segue:

$$I_w = \frac{p_i p_j}{p_i + p_j} d^2(e_i; e_j) \quad (14)$$

Neste caso, procura-se os dois indivíduos para os quais a inércia  $I_w$  é mínima, junta-se ambos numa classe de pesos  $p_i + p_j$  no nível hierárquico  $I_w$ . O processo passa a ser iterativo até que permaneça n-1 indivíduos.

## 2.2 Teoria de Finanças

Como os dados, neste trabalho, são financeiros, é adequado a utilização de teorias financeiras para verificação do equilíbrio entre o risco e o retorno dos investimentos (neste caso entendido

---

<sup>9</sup> Bouroche e Saporta (op.cit) p.55



como retorno acumulado<sup>10</sup>) através da teoria de *Portfolio Selection*, desenvolvida por Markowitz em 1952. Nesta teoria Markowitz combinou, basicamente, os fundamentos da teoria da utilidade com ativos não perfeitamente correlacionados ( $r = \pm 1$ ), para construir a curva da fronteira eficiente.

Na prática, entende-se por fronteira eficiente o lugar geométrico dos pontos referentes aos *portfolios* que não são dominados por outros, sendo eficiente somente aqueles que estiverem localizados na fronteira.

Neste caso, as carteiras que se encontram na referida curva não podem ter seu retorno aumentado sem que haja o equivalente aumento dos riscos e, ao contrário, se os riscos caírem os retornos também diminuem.

Quando Sharpe (1970:p.19) disse que os indivíduos “*estão, acima de tudo, preocupados em consumir*”, pode-se entender que os investimentos efetuados **hoje** têm como principal finalidade atender a um consumo maior no **futuro**. No caso dos fundos, este acréscimo nos investimentos objetivam aumentar os valores de seus patrimônios para cumprir seus pagamentos de aposentadorias futuras. Sendo assim, é necessário determinar qual a composição de investimento (carteira) que melhor se ajuste às necessidades dos investidores dentre todas as opções de mercado.

Dado que uma carteira de investimento é uma combinação de ativos, a análise das carteiras, segundo o modelo risco-retorno, demanda um aprofundamento nos conceitos da metodologia da análise de carteira originalmente desenvolvida por Markowitz. A relevância destes conceitos estão reconhecidos no prêmio Nobel de Economia de 1990 ganhos por Harry Markowitz, Willian Sharpe e Merton Miller.

---

<sup>10</sup> No presente trabalho “retorno acumulado” pode ser entendido como o crescimento dos saldos patrimoniais dos fundos de pensão, uma vez que não estão identificados os itens deste crescimento.

Para o trabalho não serão aprofundadas as demonstrações dos cálculos que o método exige. Serão considerados os conceitos básicos de dominância, fronteira eficiente e diversificação, de modo a caracterizar a composição das carteiras e comprovar ou não a eficiência da alocação das aplicações dos fundos fechados.

Em sua teoria Markowitz mostrou que a soma das variâncias de carteiras será menor do que a soma das variâncias dos títulos individuais, de forma que cada carteira teria o maior retorno esperado possível para um determinado nível de risco assumido, desde que a correlação entre os ativos fossem menor que a unidade.

Partindo do pressuposto de que, fora da fronteira eficiente, sempre um ativo tem preferência a outro, por atender melhor a aspiração do investidor e melhor conhecer as potencialidades das carteiras que compõem a fronteira eficiente, se faz necessário o entendimento dos conceitos de dominância e utilidade.

Segundo Sanvicente e Mellagi Filho (1996 p.41) o modelo desenvolvido por Markowitz (1952) baseia-se nas seguintes hipóteses:

1. os investidores preocupam-se apenas com o valor esperado e com a variância (desvio padrão) da taxa de retorno;
2. os investidores têm preferência por retorno maior e por risco menor;
3. os investidores desejam ter carteiras eficientes: aquelas que dão máximo retorno esperado, dado o risco, ou mínimo risco, dado o retorno esperado;
4. os investidores estão de acordo quanto às distribuições de probabilidades das taxas de retorno dos ativos, o que assegura a existência de um único conjunto de carteiras eficientes.

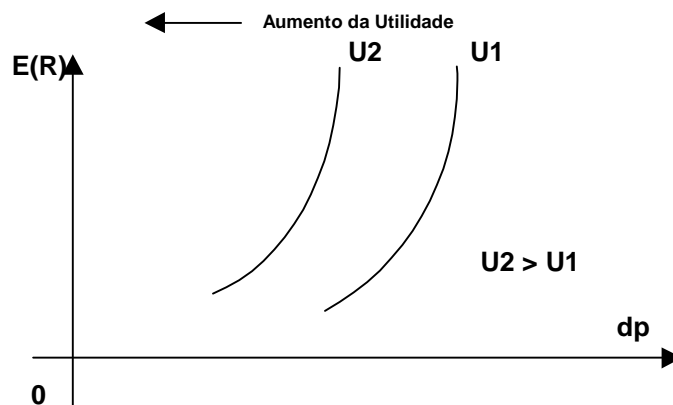
Segundo o conceito de dominância, o investidor racional prefere investimentos que apresentem o maior retorno esperado para um mesmo nível de risco, ou para um mesmo retorno, o menor risco. Neste sentido, a decisão de investimentos entre dois títulos dependerá da função utilidade do investidor. Para Markowitz (1952) as curvas de indiferença, que representam as preferências de investidores individuais quanto à decisão de aplicar recursos e assumir riscos, determinam a

função utilidade dos agentes econômicos, definida no espaço cartesiano como as expectativas e as variâncias das taxas de retorno, cuja representação seria dada por:

$$U = f[E(R), \sigma^2] \quad (15)$$

onde:  $U$  = função utilidade de um investidor em um determinado período;  $E(R)$  = taxa de retorno esperada para o período;  $\sigma^2$  = variância da taxa de retorno.

**Gráfico 03 – Curvas de Isoutilidade**



Conforme o gráfico 03, para os investidores a melhor decisão de aplicar os seus recursos recairá sobre a linha de indiferença  $U_2$ , tendo em vista sua maior utilidade quando comparada pela curva  $U_1$ .

Reescrevendo a equação (15) para o formato proposto por Moraes e Luce (1979), tem-se que:

$$U = UE(R). \sigma R_j \quad (16)$$

onde :  $U$  = função utilidade do investidor.

$E(R)$  = retorno esperado

$\sigma(R_j)$  = desvio padrão dos retornos

sendo que :

$$\frac{dU}{dE(R)} > 0 \quad \text{e} \quad \frac{dU}{d\sigma(R_j)} < 0 \quad (17) \text{ e } (18)$$

Assim, um aumento no retorno esperado aumenta a utilidade e um aumento no risco reduz a utilidade.

Por outro lado, investimentos em condições de risco em geral necessitam de métodos probabilísticos na elaboração de cenários das possíveis influências externas para determinação da taxa de retorno esperada.

Em resumo, Markowitz (1952) pensou em demonstrar que as decisões de investir ou não podem ser tomadas com base em determinações estatísticas de média e variância das taxas de retorno esperadas, de modo a atender as expectativas de retorno e risco dos investidores.

É importante destacar que na abordagem de Markowitz (1952), entende-se por taxa de retorno esperada de um *portfólio* ( $p$ ) como o valor médio da soma da multiplicação das proporções ( $x_i$ ) de cada ativo ( $n_i$ ) pelos seus preços  $E(R_i)$ , nos cenários<sup>11</sup> estabelecidos.

Neste caso, o valor esperado do investimento é calculado pela seguinte fórmula:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \quad (19)$$

---

<sup>11</sup> Cenários são as possibilidades de diferentes ocorrências dos preços, de acordo com determinadas circunstâncias de mercado, definidos antecipadamente.

sendo que:  $E(R_p)$  é a taxa de retorno esperada do *portfólio p*;  $x_i(E(R_i))$  é a multiplicação da proporção do ativo *i* multiplicada pela taxa de retorno esperada do ativo *i*, de modo que o somatório das probabilidades de investimentos seja igual 100%,  $(\sum_{i=1}^n x_i = 1)$ , e que o valor investido no *i-ésimo* ativo corresponda a um percentual de todos os ativos investidos no

$$\text{portfólio } p \quad (x_i = \frac{\text{Ativo}_i}{\sum_{i=1}^n \text{Ativo}_i}) \quad (20)$$

Uma carteira de investimento está sujeita a um determinado risco total que pode ser entendido como o somatório das variâncias dos retornos ponderados dos títulos que a compõe e pode ser visualizado como segue:

$$\sigma^2_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n ((x_i R_i + x_j R_j) - (x_i E(R_i) + x_j E(R_j)))^2$$

considerando que a variância é igual à covariância de um ativo com ele mesmo, pode-se sintetizar a fórmula como abaixo:

$$\sigma^2_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (21)$$

onde:  $\sigma^2_p$  = variância do *portfólio p*;  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j$  somatório dos percentuais do *i-ésimo* e do *j-ésimo* títulos investidos no *portfólio p*;  $\sigma_{ij}$  = índice de covariância do *i-ésimo* título com o *j-ésimo* título do *portfólio p*.

O risco total de uma carteira de investimento pode ser decomposto em dois tipos:

- a) risco **diversificável** ou residual: que é aquele que pode ser minimizado através da diversificação, e é derivado dos perigos que os ativos correm isoladamente, provocados por problemas que lhes são específicos; e
- b) risco **não diversificável**, mais conhecido como risco de mercado: que deriva de problemas que afetam toda a economia e todos os negócios.

Assim, pode-se definir que o risco total pode ser dado pelo somatório entre o risco diversificável e o não-diversificável.

Para Markowitz (1952) a idéia central é mostrar que a teoria do portfólio está diretamente centralizada na redução do risco total através da diversificação de investimentos de modo que os investidores formassem suas carteiras com ativos não correlacionados, ou pouco correlacionados, obtendo assim a compensação entre eles quando das suas variações.

Geometricamente, pode-se representar os riscos usando o **modelo de mercado** proposto por Sharpe, Alexander e Bailey (1995):

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_I + \epsilon_i \quad (22)$$

onde:  $R_i$  = retorno do título  $i$

$\alpha_i$  = intercepto ou taxa de retorno esperada caso o risco do mercado seja zero.

$\beta_i$  = inclinação, sensibilidade da taxa de retorno do título  $i$  em relação à taxa de retorno do mercado  $R_I$ .

$R_I$  = retorno do índice de mercado

$\epsilon_i$  = erro aleatório = Taxa de retorno esperada – Taxa de retorno observada.

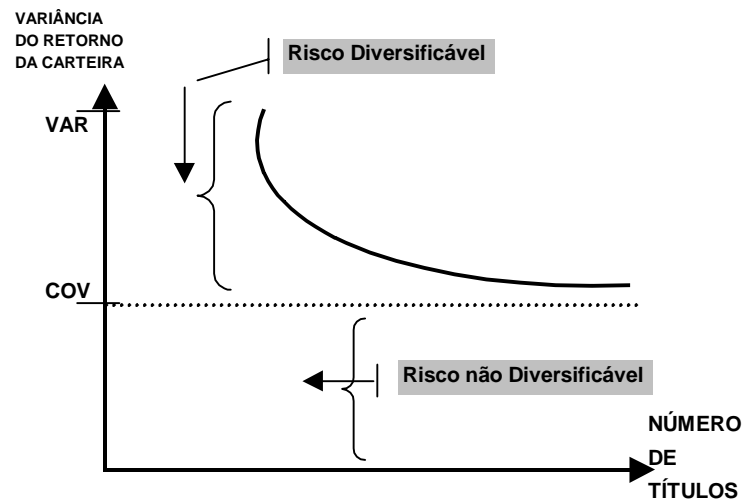
No caso específico do risco não-diversificável, o mesmo pode ser representado como componente associado às influências de mercado  $\alpha_i + \beta_i R_I$ , enquanto o risco diversificável estaria associado ao termo  $\epsilon_i$ . Neste caso, a variância será calculada segundo a fórmula:

$$Var(R_i) = \beta^2 Var(R_I) + Var(\epsilon_i) \quad (23)$$

e será entendido que  $\beta^2 Var(R_I)$  será o risco de mercado e  $Var(\epsilon_i)$  será o componente diversificável do modelo.

Graficamente, os riscos podem ser assim representados:

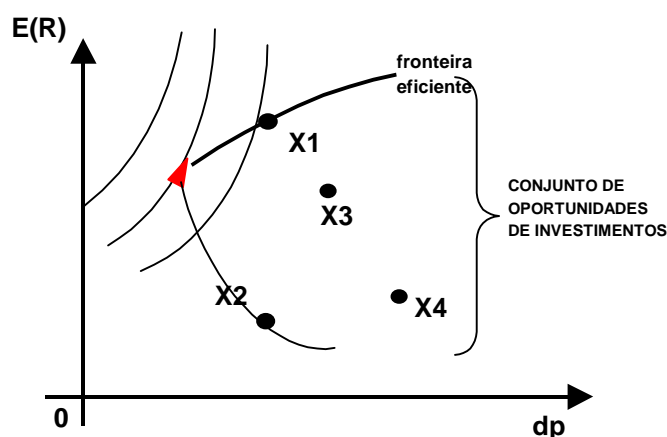
**Gráfico 04 – Representação dos Componentes do Risco Total**



Brealey e Myers (1988) declaram que na hipótese de as taxas de retorno se ajustarem a uma curva normal, então a média e a variância (ou desvio padrão) são suficientes para selecionar as melhores combinações de retorno esperado e risco e maximizar a função utilidade representada nas equações 17 e 18.

Estas combinações de retorno e risco para determinados investimentos são, como definido por Markowitz (1952) o conjunto de oportunidades de investimentos.

**Gráfico 05 – Combinações de títulos com Risco**



No gráfico 04 acima o investimento X1 apresenta o mesmo risco do X2, porém tem seu valor esperado mais elevado, sendo, portanto, mais eficiente. As carteiras X3 e X4 não são consideradas eficientes porque sempre irá existir uma aplicação de rentabilidade mais elevada para o nível de risco assumida.

Utilizando-se especificamente o retorno esperado e o desvio padrão, a escolha do melhor *portfolio* recairá sobre aquele que apresentar o maior valor esperado para um mesmo nível de risco, ou o menor risco para uma mesma expectativa de retorno (princípio da dominância). Estas carteiras dominantes formam a fronteira eficiente.

Em ambientes econômicos distintos existem títulos que oferecem taxas de retorno livres de risco. Assim, os investidores tenderão a combinar ativos de riscos, representativos da carteira de mercado, com aplicações em um ativo sem risco de acordo com seu grau de aversão ao risco.

Segundo Ross et al. (1995) se todos os investidores possuírem expectativas homogêneas haverá a tendência de se compor o mesmo conjunto eficiente de ativos com risco, pois todos se utilizam dos mesmos dados. Neste caso a relação linear de equilíbrio de mercado é dado pela equação:

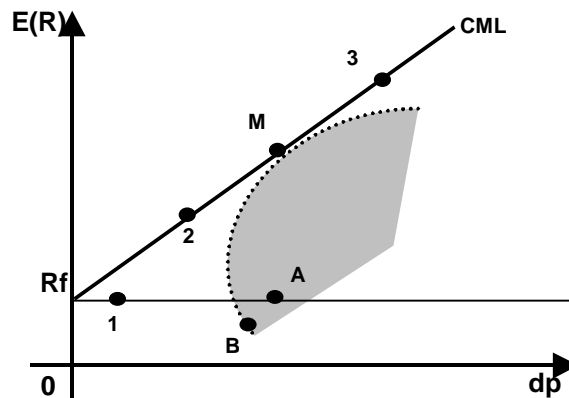


$$E(R_p) = R_f + \frac{(E(R_M) - R_f)}{\sigma(R_M)} \sigma(R_p) \quad (24)$$

$E(R_p)$  é o retorno esperado do *portfólio p*;  $R_f$  é o retorno livre de risco;  $E(R_M)$  é o retorno esperado do mercado;  $\sigma(R_M)$  é o desvio padrão do retorno observado do mercado; e  $\sigma(R_p)$  é o desvio padrão do retorno do *portfólio p*.

Em consequência, os investimentos serão considerados eficientes se estiverem situados sobre a reta da linha característica do mercado, com mostrado no gráfico 06.

**Gráfico 06 – Combinações de Títulos sem Risco com Títulos com Risco**

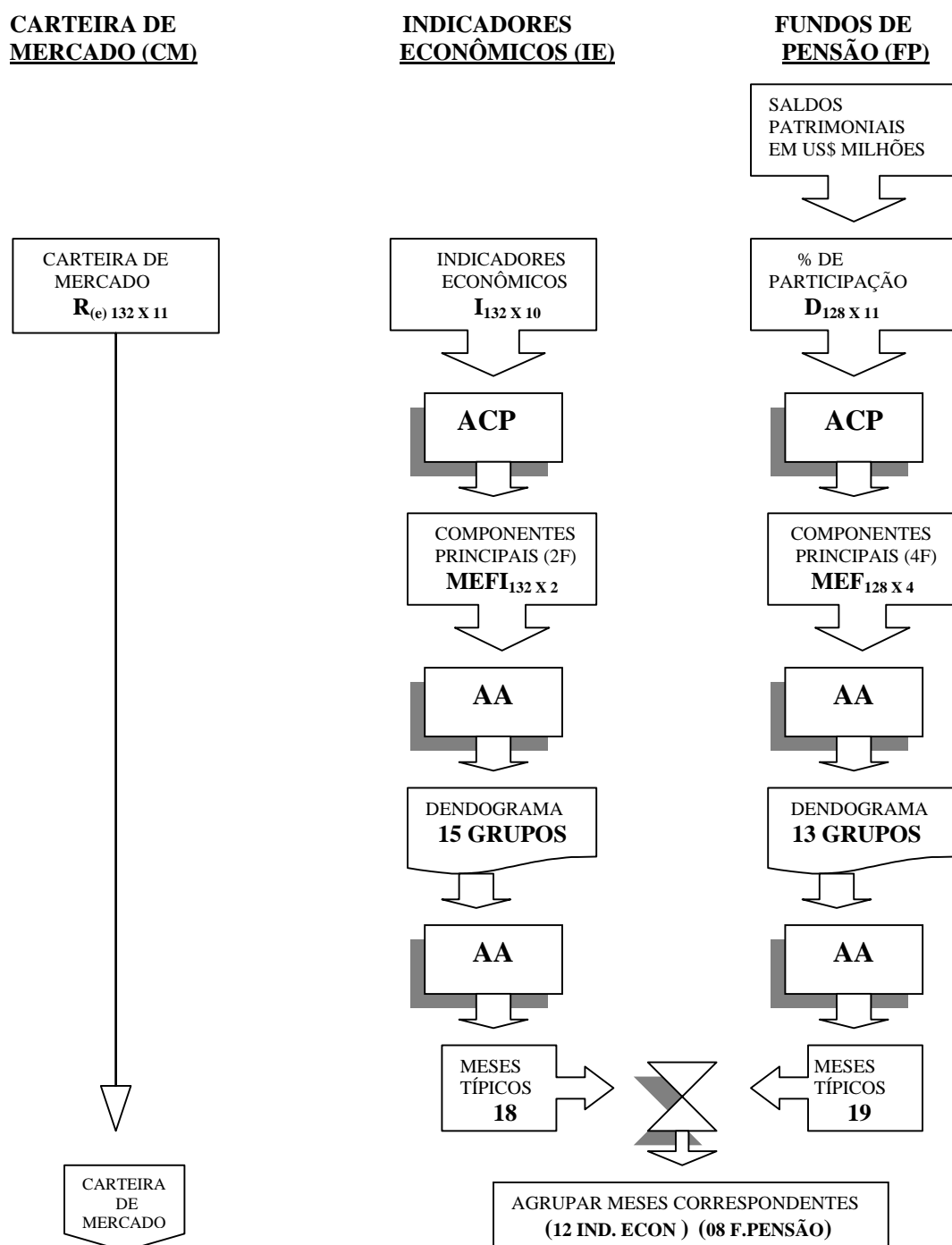


No gráfico 06 estão mostrados os conjuntos eficientes de investimentos, tendo o ponto **M** como a carteira de mercado, isto é, uma carteira de títulos com risco. Estão posicionados sobre a linha **CML - Capital Market Line** todas as combinações de ativos tanto com risco como sem risco sendo, portanto, representante do conjunto eficiente de todos os ativos. O espaço da linha **CML** (de **Rf** a **M**) representam investimentos as carteiras compostas de aplicações em ativos sem risco e com ativos da carteira de mercado. Os investimentos posicionados na semi-reta formada

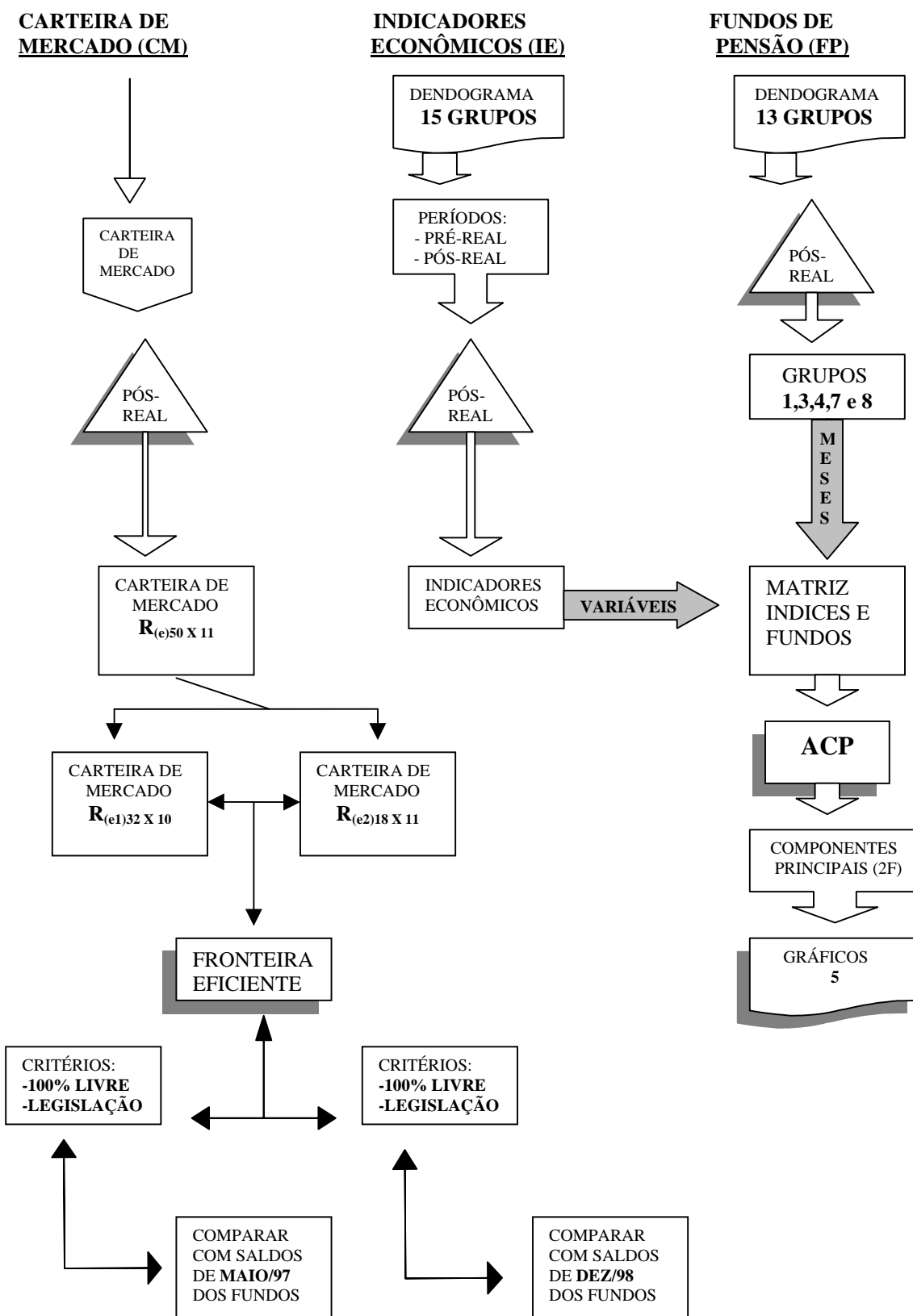
à direita de **M** são aqueles onde o investidor toma capital emprestado à taxa livre de risco para aplicar em **M**. Um investidor com um razoável grau de aversão ao risco escolheria aplicar em qualquer ponto entre **Rf** e **M**, na carteira 2 por exemplo. Já um investidor com menor aversão ao risco poderia aplicar na carteira 3, que corresponde a tomar dinheiro emprestado para aplicar no mercado **M**

Para as carteiras localizadas nos pontos 1, A e B sempre existirão outras aplicações com os mesmos riscos, porém com retornos esperados maiores não sendo, neste sentido, opções de investimentos eficientes.

**Figura 05 - ESQUEMA METODOLÓGICO**



**Figura 05 - ESQUEMA METODOLÓGICO – cont.**





### 3 – MÉTODO BÁSICO DE ANÁLISE

Este capítulo procura apresentar os procedimentos básicos utilizados para identificação e descrição das variáveis da amostra, bem como as explicações detalhadas dos procedimentos de cálculos elaborados.

#### 3.1 Caracterização dos dados utilizados

##### 3.1.1 Dados dos Fundos de Pensão

Hoffman (1980) explica que deve proceder-se uma escolha da amostra do conjunto, pois dificilmente se pode operar com todos os elementos integrantes do fenômeno que se investiga. Assim, a matriz utilizada no presente trabalho foi elaborada a partir dos dados extraídos dos informativos mensais publicados pela ABRAPP, cuja **Carteira Consolidada** considera e resume todas as informações prestadas pelos Fundos de Pensão.

O período de abrangência da amostra é de 128 meses, começando em janeiro de 1988 e terminando em dezembro de 1998. Dentro do período considerado os meses de janeiro e fevereiro de 1995, bem como fevereiro e março de 1998, não compõem a amostra por dificuldades de acesso aos dados.

Para montar a carteira publicada pela ABRAPP identificou-se onze variáveis quantitativas principais, que englobam todos os volumes financeiros aplicados pelas fundações fechadas. As variáveis consideradas estão identificadas no Quadro 03.

O número atual (dez/98) de 296 fundos fechados, estatais e privados, associados à ABRAPP, que representa o montante financeiro de US\$ 72.324 bilhões, foi bastante alterado no decorrer do tempo. Em 1988, eram 173 fundos com patrimônio total de US\$ 9,695 bilhões.

Tendo em vista a não interferência das variações, tanto positivas quanto negativas, dos volumes monetários no decorrer do tempo, transformou-se a matriz original, representada em US\$ milhões, em participações percentuais do total de patrimônios finais de cada mês. Este fato não invalida a análise, uma vez que os dados são organizados como variáveis participantes do total dos patrimônios, representados percentualmente, evitando, assim, as variações da unidade monetária no decorrer dos meses, mas acarretando a existência de uma relação de dependência entre as onze variáveis. Sua soma será sempre igual a 100.

### Caracterização das Variáveis dos Fundos de Pensão

**Quadro 03 - Identificação das Variáveis dos Fundos**

- Ação	<b>ACA</b>
- Imóveis	<b>IMO</b>
- Depósitos a Prazo	<b>DPR</b>
- Fundos de Invest. Renda Fixa	<b>FIF</b>
- Fundos de Invest. Renda Variável	<b>FIV</b>
- Empréstimos a Participantes	<b>EPA</b>
- Financiamentos Imobiliários	<b>FIM</b>
- Debêntures	<b>DEB</b>
- Títulos Públicos	<b>TPU</b>
- Outros Investimentos	<b>OUT</b>
- Operações com Patrocinadoras	<b>OPA</b>

As variáveis utilizadas, caracterizadas no Quadro 03 acima, representam as opções de investimentos dos Fundos, e estão previstas na Resolução do Banco Central do Brasil nº 2.324, de 30/10/1996, cujos artigos, incisos e alíneas abaixo relacionados, regulamentam cada ativo especificado, podendo ser assim definidas:

**Ação (ACA):** aplicação em renda variável, conforme art.2, inciso III, alínea **a** - limitada a 50%, no máximo, isolada ou cumulativamente. Esta variável compreende os valores, em dólares, aplicados pelas fundações ao fim de cada mês. Estão considerados nestes valores as compras, vendas e toda a movimentação em ações no mês.

Existem alguns movimentos causais que influenciam nos valores dos patrimônios em ações:

- expectativas dos resultados da empresas;
- alteração nas taxas de juros da renda fixa;
- fatores políticos de relevância econômica;
- investidores estrangeiros;
- globalização do mercado;
- proteção (*hedge*) de empresas estrangeiras; e
- notícias de mercado para os especuladores.

**Imóveis (IMO):** aplicação em renda variável, conforme art.2, inciso VII, alínea **a** – que prevê taxa de comprometimento do patrimônio dos fundos de forma decrescente; a partir de 20%, estabelecidos em dez/97, até alcançar a taxa de 15%, em jan/2002. Estão considerados nesta variável todos os imóveis pertencentes aos fundos, independentemente de serem para uso próprio ou não, (incluindo terrenos, no art.2, inciso VII, alínea **b** - com taxa de aplicação de 2%).

Dentre os fatores que alteram os valores dos patrimônios em imóveis pode-se citar:

- reavaliação dos ativos (Portaria SPC-176 de 26/3/96); e
- política de crédito habitacional do governo federal.

**Depósitos a Prazo (DPR):** aplicação em renda fixa, conforme art.2, inciso II, alínea **b** – limitado a 80% dos recursos estabelecidos no art.1. Os recursos aplicados nesta variável possuem rentabilidade estabelecida na negociação e tem seu vencimento previsto antecipadamente.

Os fatores que alteram os valores dos patrimônios aplicados em depósitos a prazo podem ser:

- taxa de juros praticada pelo mercado financeiro; e



- política de juros do governo federal.

**Fundos de Investimentos em Renda Fixa (FIF):** aplicação, conforme art.2, inciso II, alínea **d** – limitados a 80% no máximo, isolada ou cumulativamente. Os recursos investidos neste item tem a característica de quotas de aplicação, gerenciadas por bancos de investimentos, com rentabilidade fixa e vencimento pré-determinado.

Pode-se citar como fatores que alteram os valores dos patrimônios em fundo de investimento em renda fixa:

- composição do fundo (tipo de papel); e
- percentual de participação de cada papel

**Fundos de Investimentos em Renda Variável (FIV):** aplicação em renda variável, definida conforme art.2, inciso III, alínea **c** – limitados a 50% no máximo, isolada ou cumulativamente. Esta modalidade de aplicação tem como característica a aquisição de quotas de aplicação de fundos de investimentos lastreados em ações e gerenciados por bancos de investimentos, com rentabilidade variável e sem data limite de vencimento.

Alguns dos fatores que alteram os valores dos patrimônios em fundo de investimento em renda variável são:

- ações que participam do fundo; e
- percentual de participação de cada ação.

**Empréstimos a Participantes (EPA):** aplicação que está prevista no art.2, inciso VIII, e que é limitado a um máximo de 3%, com rentabilidade líquida não inferior ao previsto nos planos atuariais. Este tipo de aplicação tem como característica básica a de fornecer crédito aos participantes, com custos inferiores aos praticados no mercado financeiro. Quando de sua concessão, os fundos tem definido os prazos de recebimento bem como o retorno da aplicação.

Podem-se apontar como fatores que alteram os valores dos empréstimos a participantes:

- volume de empréstimos concedidos; e
- inadimplência dos participantes.

**Financiamentos Imobiliários (FIM):** aplicação definida no art.2, inciso IX – limitada a 7% no máximo, com rentabilidade líquida não inferior ao previsto nos planos atuariais. Esta aplicação tem como característica possibilitar aos participantes financiamentos mais acessíveis à aquisição de casa própria. Quando da concessão, desses financiamentos os fundos procuram definir os prazos de recebimento e o retorno da aplicação.

São fatores que alteram os valores do financiamento imobiliário:

- quantidade de financiamentos concedidos; e
- inadimplência dos financiados

**Debêntures (DEB):** aplicação em renda fixa estabelecida conforme art.2, inciso II, alínea **b** – limitado a 80% no máximo, isolada ou cumulativamente. Recursos também podem ser aplicados na modalidade de Debêntures que não estão compreendidas como renda fixa conforme o art.2, inciso III, alínea **b** – limitado a um máximo de 50%, isolada ou cumulativamente.

*“ As debêntures são títulos normalmente a longo prazo emitidos pela companhia com garantia de certas propriedades, bens ou aval do emitente. São negociáveis e conferem a seus titulares o direito de crédito contra a companhia emitente, nas condições constantes da escritura de emissão e do certificado. ....as debêntures são títulos que deverão ser liquidados quando do seu vencimento, podendo a companhia emitente reservar-se o direito de resgate antecipado.”<sup>12</sup>*

Na prática, as debêntures são emitidas pelas empresas com o objetivo principal de obter financiamento para projetos específicos ou de expansão. Como são títulos com direitos e

---

<sup>12</sup> Iudícibus, Sérgio de; et al., Manual de contabilidade das sociedades por ações. ed. 4. São Paulo : Atlas, 1995.

obrigações determinados antecipadamente, registradas na escritura de emissão, as notas explicativas do balanço devem indicar (por série de emissão)<sup>13</sup>:

- a) quantidade emitida;
- b) quantidade colocada no mercado;
- c) valor unitário;
- d) composição do valor constante do balanço;
- e) data(s) de vencimento;
- f) direitos;
- g) registro na Comissão de Valores Mobiliários - CVM
- h) cláusulas de opção de repactuação, contratual ou informal; e
- i) períodos de exercício pelos debenturistas.

O que pode alterar o valor aplicado neste item são as negociações e repactuações previstos nos contratos de debêntures.

**Títulos Públicos (TPU):** aplicação em títulos do Tesouro Nacional, do Banco Central do Brasil e créditos securitizados do Tesouro Nacional, definido conforme art.2, inciso I – limitado a 100% dos recursos constantes do art.1. Estas aplicações têm como características o recebimento de rentabilidade determinada e fixada previamente, além do período de vencimento ser estabelecido na aplicação. Entende a Resolução 2.324, de 30/10/96, que estes títulos têm garantia de retorno de no mínimo o esperado atuarialmente, e baixo nível de exposição ao risco.

**Outros Investimentos (OUT):** esta variável está identificando diversas aplicações de menor relevância financeira e é suportada por diversas partes da Resolução nº 2.324, como, por exemplo, o saldo da cobrança dos empréstimos aos participantes não repassados aos fundos. Alguns Fundos tem aplicado neste item investimentos em *Shopping Center*, porém não é prática comum.

---

<sup>13</sup> Iudícibus, Sérgio de, et al., (op.cit)

**Operações com a Patrocinadora (OPA):** aplicação que é definida no art.2, inciso X – limitado a 10% no máximo em operações ativas de empréstimos às patrocinadoras. Esta aplicação tem como característica possibilitar às patrocinadoras acesso a capitais de longo prazo a custos relativamente menores do que aqueles cobrados pelo mercado financeiro.

### 3.1.2 Dados dos Indicadores Econômicos

Para estabelecer o cenário econômico do País, no período estudado, foram selecionados indicadores como identificadores dos diversos segmentos que compõem a estrutura do mercado (Quadro 04), considerando a metodologia de composição de cada uma delas. Assim cada indicador tem a função de medir a oscilação do segmento de mercado que representa, de modo que o somatório de todas elas explique o movimento geral da economia dos Países.

### Discriminação dos Indicadores Econômicos

#### Quadro 04 – Identificação das Variáveis para Análise da Economia

✓ Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna	<b>IGP-DI</b>
✓ Índice Nacional de Preços ao Consumidor	<b>INPC</b>
✓ Índice de Preços ao Consumidor	<b>IPC</b>
✓ Dólar Comercial de Venda	<b>DOLOF</b>
✓ Taxa Básica da Economia	<b>SELIC</b>
✓ Mercado de Ações de São Paulo – Ibovespa	<b>IBOV</b>
✓ Taxa do Mercado Interbancário	<b>DIOVER</b>
✓ Taxa da Caderneta de Poupança	<b>POUP</b>
✓ Mercado de Ouro	<b>OURO</b>
✓ Índice da Construção Civil – Brasil	<b>INCC</b>

**Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna (IGP-DI)** representa a inflação e é calculado pela Fundação Getúlio Vargas desde 1947; é extraído através da média ponderada de três índices:

1. Índice de preços por atacado – disponibilidade interna (IPA-DI), implantado em 1947, participa com 60% na composição do IGP-DI;
2. Índice de preços ao consumidor-Brasil, (IPC-Brasil); índice encadeado ao IPC-RJ para aperfeiçoar o IGP-DI – participa com 30% e reflete a evolução do preços no varejo. Faixa de renda pesquisada de 1 a 33 salários mínimos. O período de coleta é o mês calendário; e
3. Índice Nacional do Custo da Construção (INCC), participa com 10% da composição do IGP-DI.

**Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC):** é calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, e indica a variação dos preços ao consumidor de um conjunto de produtos e serviços consumidos pelas famílias. A população alvo do INPC são aquelas famílias com renda mensal entre um e oito salários mínimos e residente em áreas urbanas. Sua periodicidade é mensal, com período de coleta entre os dias 1 a 30 de cada mês. A série encontra-se disponível a partir de set/1981.

**Índice de Preços ao Consumidor (IPC):** é calculado pelo Instituto de Pesquisas Econômicas da Faculdade de Economia da Universidade de São Paulo, e leva em conta a variação dos preços de produtos relativos à classe de renda familiar modal da Grande São Paulo.

**Dólar Comercial de Venda (DOLOF):** Taxa de conversão da moeda norte americana (Dólar) em relação à moeda nacional (Real). Sua variação reflete a procura pela moeda americana no mercado, tanto de exportação/importação quanto de serviços.

**SELIC - Sistema Especial de Liquidação e Custódia,** criado a partir da parceria do Banco Central – BC, e da Associação Nacional das Instituições do Mercado Aberto – ANDIMA, em 14/11/1979, serve como taxa básica da economia e baliza todas as outras do mercado financeiro.

**Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA):** representa os investimentos em bolsa de valores, por ser o mercado de maior volume financeiro negociado entre as bolsas do país. O índice é uma carteira de ações diversificada, escolhidas pelas liquidez no mercado, conforme metodologia própria.

**Taxa do Mercado Interbancário (DI-OVER):** DI – Depósitos Interfinanceiros, criados pela Resolução nº 1.102 de 28/2/86 é formada, basicamente, pelo nível de liquidez do sistema de negociação da **CETIP - Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos**, que tem como responsabilidade o registro, custódia e liquidação financeira das operações com papéis privados.

**Taxa de Correção da Caderneta de Poupança (POUP):** taxa mensal que corrige os depósitos em caderneta de poupança efetuados pelo público em geral. Na sua composição estão previstos juros anuais de 6% mais um indicador de inflação determinado pelos órgãos oficiais. Em dez/98 o índice de inflação incorporada na caderneta de poupança é a TR – Taxa Referencial.

**Mercado de Ouro (OURO):** esta taxa representa a variação mensal do grama do negociado na BM&F - Bolsa Mercantil e de Futuros (cada contrato representa 250 gramas de ouro). Investimentos nesta variável traduz perenidade por ser um ativo que se mantém intacto no que se refere a depreciações e desgastes. O que varia no tempo é seu preço, sendo bastante procurado em épocas de depressão. Seu mercado segue os critérios dos negócios com minérios ou derivados de extração mineral, como o petróleo. Tem seu preço atrelado ao preço do ouro no exterior e à taxa de câmbio, tendo em vista ser um ativo de liquidez internacional. O Fundos fechados podem aplicar até 15% dos recursos previstos no Art. 1º, em ouro físico no padrão negociado na BM&F (Res. 2.324 de 30/10/96).

**Índice da Construção Civil – Brasil (INCC):** índice calculado pelo Instituto Brasileiro de Economia, da FGV - Fundação Getúlio Vargas, incorpora o custo da construção em oito capitais brasileiras. Sua metodologia segue o padrão ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.

### 3.2 Procedimentos Utilizados para Análise dos Meses Típicos

Visando atender a um dos principais objetivos do trabalho, que é o de diagnosticar a eficiência dos investimentos dos Fundos de Pensão, através da aplicação da metodologia proposta, o desenvolvimento dos conceitos de estatística e as relações entre indivíduos e variáveis foram feitos com o auxílio do programa *Statistica*. Sendo assim, foi adotada a sequência de procedimentos caracterizada abaixo.

#### 3.2.1 Análise dos Investimentos dos Fundos de Pensão, no período de Jan/88 a Dez/98.

PASSO 1 Transformação da Matriz de Dados Brutos ( $B_{128 \times 11}$ ) em uma matriz de dados percentuais identificada com ( $D_{128 \times 11}$ ) utilizando-se a seguinte fórmula:

$$D_{X_{ij}} = \frac{B_{VAR_{ij}}}{B_{TOT_{ij}}} \quad (25)$$

sendo:  $D_{X_{ij}}$  = matriz de dados; valor percentual da participação no total ;  $B_{VAR_{ij}}$  = matriz de dados bruta; variável  $j$  no mês  $i$ ;  $B_{TOT_{ij}}$  = matriz de dados bruta; total dos patrimônios no mês  $i$ .

PASSO 2 Aplicação da metodologia de Análise de Componentes Principais para calcular a matriz de Escores Fatoriais – (MEF). De acordo com o critério *KAISER*, foram selecionadas as quatro componentes principais, que apresentaram autovalores maiores que a unidade, formando assim a matriz ( $MEF_{128 \times 4}$ ), que representa 85,3% da variância total da amostra. Com a aplicação deste procedimento foi possível reduzir o número de variáveis de onze elementos para quatro, com uma perda pequena de informação (-15%).

PASSO 3 A redução do número de indivíduos (linhas) foi processada através da utilização do método de Análise de Agrupamento - AA, também conhecido como “*Cluster*”, com o objetivo de encontrar grupos homogêneos que representem o padrão dos investimentos dos Fundos. O

método pretende agrupar os meses de semelhança estatística em  $n$  grupos de acordo com suas características (variáveis), de tal sorte que os dados de um mesmo grupo sejam o mais semelhante possível, e que as classes sejam bem separadas. Foram então encontrados grupos distintos, de acordo com seus níveis de parecença, que passaram a representar todos os meses considerados na amostra

**PASSO 4** Tomando por base os grupos encontrados, procedeu-se a seleção dos meses representantes de cada um deles, meses **típicos**, segundo o seguinte procedimento:

- a – determinação da média de cada grupo para estabelecer o ponto de inércia da nuvem formada pelos meses do grupo; e
- b – pelo método da Análise de Agrupamento procurou-se o mês que mais se aproximou da média, o que o caracteriza como mês representante do grupo.

### 3.2.2 Análise dos Índices Econômicos

**PASSO 5** Para cumprir o objetivo proposto e servir como parâmetro de comparação para classificar os meses típicos dos fundos, elaborou-se uma matriz de dados considerando dez índices que medem os movimentos da economia do País. Esta matriz ( $I_{132 \times 10}$ ) representa as variações percentuais apresentadas pelos indicadores no período considerado.

**PASSO 6** Seguindo o mesmo processo da matriz de dados dos fundos, aplicou-se ACP na referida matriz buscando calcular a Matriz de Escores Fatoriais referente aos índices. Com o mesmo critério desenvolvido por *KAISER* serão selecionados dois componentes principais. A matriz gerada pela ACP será ( $MEFI_{132 \times 2}$ ).

**PASSO 7** Tendo como base a matriz ( $MEFI_{132 \times 2}$ ), procurou-se encontrar os grupos homogêneos, usando como ferramenta para a Análise de Agrupamento –AA. Foram então selecionados os



grupos distintos que representam toda a amostra estatística referente aos indicadores da economia. No nível mais alto de dissimilaridade foram destacados dois grandes sub-conjuntos de agrupamentos, podendo-se identificar o período pré-Real e o pós-Real. Sendo que neste trabalho, optou-se em analisar somente o período pós-Real, considerando que o mesmo apresentou maior estabilidade histórica na economia.

**PASSO 8** Considerando os mesmos passos para achar os meses típicos dos fundos, foram encontrados meses representantes dos índices. Para poder restringir o estudo, o mês típico deve ser aquele que apresentar, dentro dos critérios de homogeneidade do grupo, a menor variância, de modo a estar o mais perto possível do seu centro de gravidade. Um grupo será tanto mais homogêneo quanto menor for sua inércia.

**PASSO 9** Entre os grupos definidos no conjunto de dados dos fundos e dos indicadores econômicos, será estabelecido um paralelo de modo a identificar os meses iguais e os próximos, isto é, aqueles que apresentam até quatro meses de diferença entre eles.<sup>14</sup>

### **Análise dos movimentos econômicos nos grupos dos fundos**

**PASSO 10** Visando possibilitar a análise gráfica dos movimentos da economia dentro dos meses determinados pelos grupos dos fundos, para o período pós-Real, serão elaboradas matrizes mistas compostas com os meses dos grupos dos fundos (linhas) e indicadores econômicos (colunas).

**PASSO 11** Para cada matriz mista será aplicada ACP utilizando-se do *software Estatística*, objetivando identificar os dois primeiros componentes principais para serem analisados graficamente.

---

<sup>14</sup> Considerou-se irrelevante os meses **próximos** que são anteriores aos meses dos índices, haja vista que, nestes casos, os Fundos estariam antecipando aleatoriamente os movimentos da economia.

### 3.3 Carteira De Mercado

Buscando demonstrar a performance dos investimentos dos fundos quando comparados com as carteiras que compõem a fronteira eficiente, será utilizada a carteira de mercado, abaixo discriminada, para desenvolver através do *software The Investment Portfolio*<sup>15</sup> as diversas opções de carteiras de investimentos sugeridas, atendendo assim ao objetivo final do presente trabalho.

Os indicadores econômicos, serão utilizados como variáveis para análise da movimentação da economia do País, no período considerado, objetivando fornecer subsídios à comparação das oportunidades de aplicações com os investimentos dos fundos de pensão, de modo a verificar se houve semelhança entre eles.

#### 3.3.1 Discriminação das Variáveis

**Quadro 05 – Identificação dos Ativos da Carteira de Mercado**

<b>ATIVOS</b>	
<b>IBOV</b>	- Índice Bovespa
<b>INCC</b>	- Índice Nacional da Construção Civil
<b>CDB</b>	- Certificado de Depósito Bancário
<b>DIOVER</b>	- Taxa Depósito Interbancário
<b>BBFUN</b>	- Fundo de Investimento do Banco do Brasil
<b>IGPDI</b>	- Índice Geral Preços ao Consumidor – Disponibilidade Interna
<b>POUP</b>	- Taxa da Caderneta de Poupança
<b>ANBID</b>	- Assoc. Nac. dos Bancos de Investimentos e Desenvolvimento.
<b>SELIC</b>	- Taxa dos Títulos Públicos
<b>MAT70</b>	- Taxa de Mínimo Atuarial – 70%
<b>MAT</b>	- Taxa de Mínimo Atuarial

<sup>15</sup> Software desenvolvido por Edwin Elton, Martin Gruber et al., J. W. & Sons, Inc. 1998

- **IBOV** – representa o índice que mede o mercado de ações de São Paulo – IBOVESPA, cuja explicação já se encontra elaborada anteriormente.
- **INCC** – este índice mede o custo da construção de oito capitais brasileiras, será acrescido por uma taxa de 6% ao ano, que é a taxa mínima aceita para investimentos em imóveis.
- **CDB** – será utilizada para identificar a taxa de aplicação em renda fixa de Certificados de Depósitos Bancários afim de multiplicar a variável Depósitos a Prazo do Fundos.
- **DIOVER** – representará as aplicações nos fundos de investimentos lastreados em títulos de renda fixa. Depósitos Interbancários – curtíssimo prazo.
- **BBFUN** – aplicações em fundos de investimentos lastreados em ações, serão multiplicadas pelas cotas mensais do BB Fundo de Ações, do Banco do Brasil.<sup>16</sup>
- **IGPDI** – índice que indica o percentual de inflação do período, será aplicado sobre a variável empréstimos aos participantes, acrescido de 1% ao mês de rentabilidade.
- **POUP** – taxa de rentabilidade mensal da caderneta de poupança, mais 6% ao ano, que será utilizada para calcular o valor financeiro da variável FIM - financiamento de imóveis aos participantes.
- **ANBID** – para calcular o retorno das aplicações no mercado de debêntures será utilizada a taxa da Associação Nacional dos Bancos de Investimento e Desenvolvimento, acrescida de juros de 2% ao ano, utilizado e aceito correntemente no mercado financeiro.

---

<sup>16</sup> Fonte: Gazeta Mercantil, Jornais do último dia do mês, período de Janeiro a Dezembro de 1997 e 1998, Caderno **B** – ítem Fundos de Ações e ou Ações – Instituições, coluna Rentabilidade Acumulada, no mês.

- **SELIC** – taxa representativa dos negócios com títulos públicos, utilizada correntemente pelos órgãos públicos para rolar dívidas do governo. Será multiplicada pela variável TPU – Títulos públicos.
- **MAT70** – representa o percentual de 70% da taxa estabelecida como mínima atuarial. Será multiplicada pela variável OUT – Outros Investimentos. O critério adotado, se justifica pela dificuldade de se conhecer todos as aplicações feitas pelos Fundos, considerando a diversidade de aplicações neste item. Optou-se, portanto, por padronizar seu reajuste pela taxa citada.
- **MAT** – taxa do Mínimo Atuarial calculada considerando o IGPDI, mais juros anuais de 6%, que será utilizada para calcular o retorno esperado dos negócios com as patrocinadoras.

Quando se utiliza do conceito de carteira de mercado pressupõe-se que ela engloba todas as opções de investimentos conhecidas no mercado. Como não é possível identificar tal carteira e os fundos de pensão tem seus investimentos espalhados em diversos segmentos da economia, foi então definido como critério, para compor a carteira de oportunidades de aplicações dos fundos, a vinculação de cada variável da carteira de mercado com seu correspondente item de aplicação dos fundos. Assim, por exemplo, a variável MAT da carteira de mercado está relacionada com a variável OPA dos fundos de pensão. Quando aparecer na fronteira eficiente o ativo MAT corresponde aos investimentos com as patrocinadoras dos fundos. A vinculação entre as variáveis e os ativos se apresenta no Quadro 06.

**Quadro 06 - Vinculação entre Variáveis e Ativos**

<b>variáveis dos fundos</b>	<b>ativo vinculado</b>
ACA	IBOV
IMO	INCC
DPR	CDB
FIF	DIOVER
FIV	BBFUN
EPA	IGPDI
FIM	POUP
DEB	ANBID
TPU	SELIC
OUT	MAT70
OPA	MAT

Os critérios para a formação dos ativos adotados na carteira de mercado estão demonstrados no Quadro 07 e explicados a seguir:

**Quadro 07 – Identificação da Composição dos Ativos da Carteira de Mercado**

☞ IBOV	IBOVESPA
☞ INCC	INCC + 6%aa
☞ CDB	CDB
☞ DIOVER	DI-OVER
☞ BBFUN	BB-FUNDO AÇÕES
☞ IGPDI	IGP-DI + 1%am
☞ POUP	POUP + 6%aa
☞ ANBID	ANBID+ 2%aa
☞ SELIC	SELIC
☞ MAT70	70% * (IGP-DI + 6%aa)
☞ MAT	IGP-DI + 6%aa

O retorno esperado da variável AÇÃO foi encontrado utilizando-se o índice Bovespa, tendo em vista ser um indicador confiável, com metodologia de formação conhecida e publicada em todos os meios financeiros. Além disso, o Bovespa é o maior mercado de ações do território brasileiro.

A variável IMÓVEIS foi multiplicada pelo índice de construção publicado pela Fundação Getúlio Vargas e representa o valor praticado nas principais capitais do País.

O retorno esperado da variável DEPÓSITO A PRAZO é calculado através da taxa de variação do Certificado de Depósito Bancário (CDB). Estas taxas, referentes ao período de junho/89 à dezembro /98, foram informadas pela ANDIMA como taxas anuais. Para transformá-las em taxas mensais utilizou-se da seguinte equação:

$$(((1 + i_{aa})^{1/252}) - 1) * 3000 \quad (26)$$

Considerando que as taxas do CDB só foram publicadas após junho/89, e sendo imprescindível corrigir a variável, foi utilizado como critério para atualização do índice da poupança de janeiro/88 à maio/89, a diferença entre o índice da caderneta de poupança e o IGP-DI, referente ao período de junho/89 à outubro/90, seguindo a equação abaixo:

$$(1 + POUP/100) / (1 + IGPDI/100) \quad (27)$$

O valor esperado da variável DEBÊNTURES foi calculado utilizando-se as taxas da ANBID - Associação Nacional dos Bancos de Investimento e Desenvolvimento, seguindo os mesmos critérios de taxa mensal do CDB, acrescido de juros de 2% a a.

$$((((1 + i_{aa})^{1/252}) - 1) * 3000) * (1,02)^{1/12} \quad (28)$$

Para o período janeiro/88 e maio/89, por não apresentar histórico da taxa, o critério adotado foi a utilização do IGP-DI mais 2% a a.

Considerando a diversidade de itens que pautam a variável OUTROS INVESTIMENTOS, convencionou-se utilizar 70% do mínimo atuarial.

OPERAÇÕES COM A PATROCINADORA: todos os valores registrados nesta variável tem como critério básico a obtenção da rentabilidade igual ao mínimo atuarial. No caso do presente trabalho foi considerado o IGP-DI como indicador de inflação acrescido da taxa de 6% ao ano.

### 3.4. Análise das Carteiras na Fronteira Eficiente

Tendo por base a matriz da carteira de mercado composta pelos ativos acima mencionados, referente ao período pós-Real escolhido para esta análise, serão formadas duas novas matrizes parciais, uma considerando a existência da variável FIV de investimentos dos fundos, e a outra, não. Este procedimento é necessário tendo em vista que as operações com a referida variável só começaram a ser efetuadas a partir de maio de 97. Cada uma destas matrizes parciais servirá de base para os cálculos da fronteira eficiente através do *software The Investment Portfolio*, que pretende apresentar as composições das carteiras favoráveis à melhor relação risco-retorno das aplicações dos fundos.

Para isso será utilizado como critério de cálculo as seguintes possibilidades: a) investir até 100% do capital em cada ativo; b) restringir as aplicações de acordo com a legislação específica (Resolução 2.324 de 30/10/96).

Os resultados obtidos da aplicação da metodologia da fronteira eficiente serão confrontados com os saldos observados nos meses de maio/97 e dezembro/98, o que possibilitará a comparação dos saldos dos fundos com as carteiras de mínima variância propostas na fronteira eficiente, permitindo identificar o nível de acerto dos investimentos dos fundos de pensão.

A figura 05 apresenta o esquema metodológico aplicado ao trabalho.









## 4 – FRONTEIRA EFICIENTE E O DESEMPENHO DOS FUNDOS DE PENSÃO

### 4.1 – Especificação dos Dados

Tendo em vista atender ao objetivo de diagnosticar a eficiência dos investimentos dos fundos de pensão fechados, iniciou-se o estudo através da pesquisa dos saldos dos valores financeiros aplicados pelos mesmos. Dados em dólares, publicados pela ABRAPP, em seus boletins **Consolidado Estatístico - Carteira Consolidada**, por tipo de aplicação.

Considerou-se importante para este estudo a análise do período de jan/88 a dez/98, por ser este um período que apresentou relevantes decisões econômicas e inovações de investimentos. Além disto, o período de 11 anos é um tempo considerado representativo para estudos estatísticos. Durante o período, o País sofreu diversos planos econômicos, mudanças de moeda e utilização de metodologias diversas (ortodoxas e heterodoxas) no combate à inflação, com impactos diretos nas decisões de investimentos dos fundos, gerando expectativas sobre como manter os patrimônios de forma a atender aos compromissos futuros de pagamento de aposentadorias.

O total da amostra estatística, referente ao período escolhido, apresenta 128 meses de saldos financeiros em 11 variáveis de aplicação. (Veja Quadro 03 – Identificação das Variáveis dos Fundos, p. 40)

Nos dados coletados não se encontram outros tipos de valores, a não ser os saldos em dólares das contas de investimentos consolidados pela ABRAPP. Estes valores são considerados suficientes para atender ao objetivo do trabalho, tendo em vista a metodologia utilizada.

Os dados coletados nos boletins da ABRAPP originaram uma matriz de valores financeiros em dólares, apresentando o valor total mensal dos patrimônios, de cada um dos 128 meses (indivíduos), distribuídos nas 11 variáveis de investimentos citadas, e assim representada:

**B**  $128 \times 11$ . (Anexo 01).

## 4.2 – Cálculo dos resultados

### 4.2.1 – Análise dos Componentes Principais

De posse da matriz **B**  $128 \times 11$ , efetuou-se a transformação dos valores financeiros em números percentuais de acordo com a participação de cada variável no total. Com isso, criou-se uma matriz de percentuais com o total mensal somando 100%. Esta matriz é assim representada, conforme mostrado no Anexo 02. Este procedimento libera a amostra das dificuldades de se trabalhar com valores financeiros, haja vista os problemas gerados pelas constantes oscilações da unidade monetária, e a inconstância do número de fundos de pensão participantes da amostra, no decorrer do tempo.

Para representar duas variáveis A e B, em um plano geométrico que possibilite a visualização das ligações entre elas (representando o A no eixo do X e o B no eixo do Y), fica claro, no espaço das duas dimensões, o tipo de correlação existente entre ambas. No caso da matriz **D** esta demonstração se torna bastante difícil, tendo em vista que a mesma apresenta onze dimensões, não sendo assim possível mostrar as ligações entre elas.

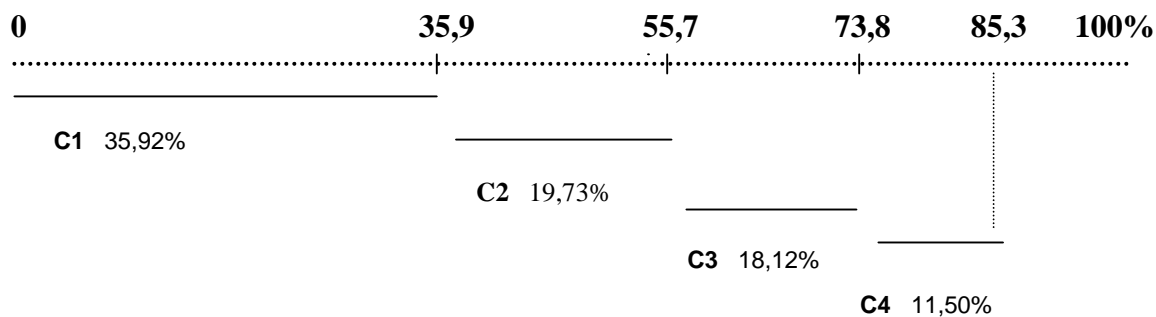
Ao se trabalhar com grande quantidade de dados, com a intenção de correlacioná-los dois-a-dois, a matriz gerada promove um número muito grande de índices, dificultando o entendimento e a análise. No presente trabalho o uso deste procedimento geraria 1.485 coeficientes de correlação, tornando dispendioso o trabalho de análise, com possibilidades maiores de erros. Para facilitar esta tarefa utilizou-se a Análise de Componentes Principais (ACP).

Aplicando-se a ACP, através do software *Statistica*, chegou-se à matriz de **autovalores** (Tabela 01), e, a partir do critério “*Kaiser*”, selecionou-se os quatro primeiros componentes principais, os quais representam 85,3% da variância total da amostra, conforme mostrado no Gráfico 07.

Tabela 01 – Matriz de Autovalores

AUTOVALORES				
Componentes Principais				
	Auto	(%)	Autoval.	(%)
	Valores	Variância	Acumul.	Acumul.
<b>C1</b>	<b>3,952</b>	<b>35,927</b>	<b>3,952</b>	<b>35,927</b>
<b>C2</b>	<b>2,170</b>	<b>19,732</b>	<b>6,122</b>	<b>55,659</b>
<b>C3</b>	<b>1,994</b>	<b>18,123</b>	<b>8,116</b>	<b>73,782</b>
<b>C4</b>	<b>1,265</b>	<b>11,496</b>	<b>9,381</b>	<b>85,279</b>
5	0,663	6,031	10,044	91,309
6	0,317	2,879	10,361	94,188
7	0,201	1,827	10,562	96,015
8	0,177	1,606	10,738	97,621
9	0,137	1,248	10,876	98,869
10	0,122	1,112	10,998	99,982

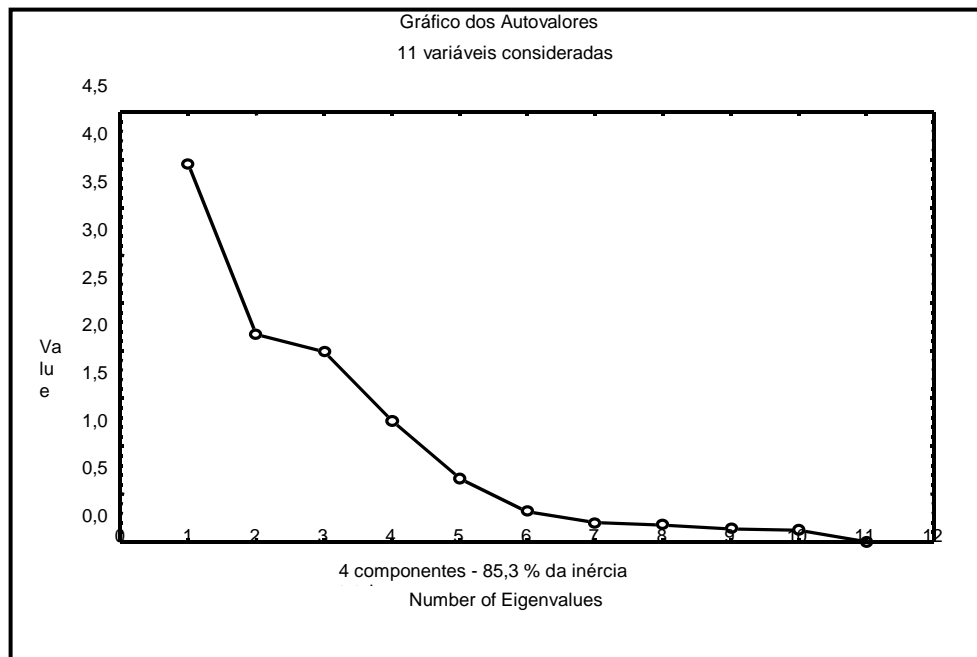
A interpretação dos componentes (C1, C2, C3, C4) acima descritos pode ser efetuado graficamente da seguinte maneira:



Pelo que se observa acima o componente C1 representa 35,92% da variância total, o C2 19,73%, e assim sucessivamente.

Quando se reduz os números de elementos a serem analisados através do método fatorial dos componentes principais, as variáveis da amostra deixam de correlacionar-se entre si, passando a representar o quanto valem em relação ao valor total da inércia.

**Gráfico 07 – Representação dos Autovalores dos Fundos**



Observa-se que a ACP concentrou 85,3% da variância total da matriz **D** nos quatro componentes iniciais, sendo que o primeiro apresenta o maior índice, com 35,92% da variância dos investimentos. O gráfico também confirma o critério “*Kaiser*” demonstrando que a partir do quarto componente, ou seja, abaixo de 1, os valores perdem importância para caracterizar os movimentos das variáveis no tempo.

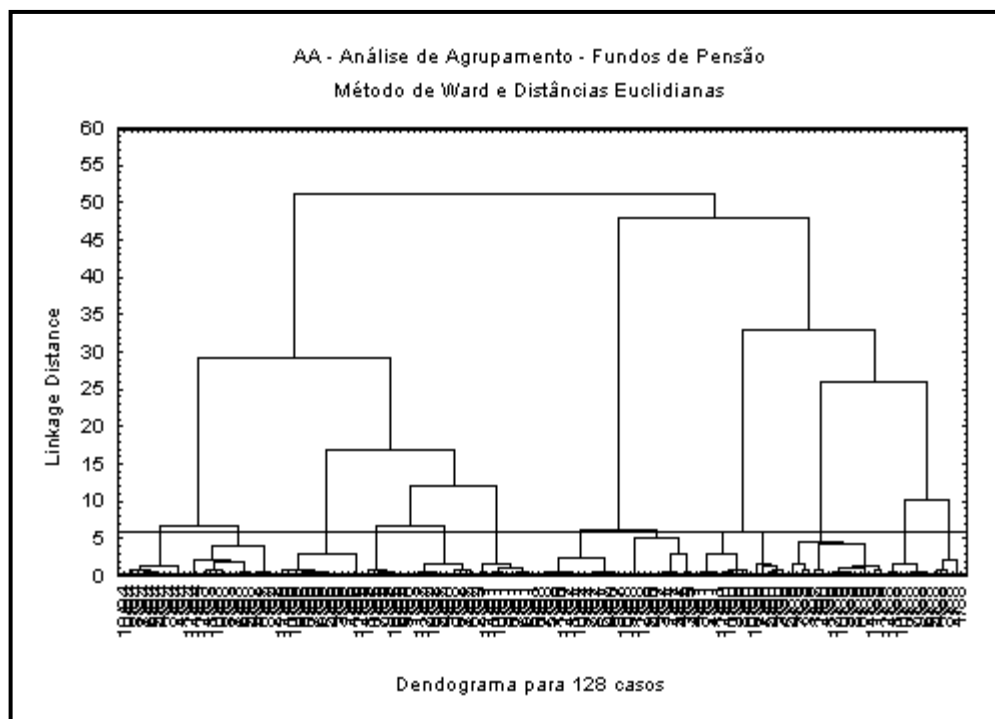
#### 4.2.2 – Análise de Agrupamento

Após conhecidos os componentes principais processou-se a seleção das matriz de escores fatoriais, identificada por **MEF** que será utilizada posteriormente na formação de grupos de variância homogênea (Ver Anexo 03).

Estes componentes, ou escores fatoriais, são os autovetores de variância mínima e não apresentam correlação entre eles, eliminando, assim, as interrelações das variáveis e fazendo com que a importância de cada componente seja efetiva, isto é, não sofra nenhum tipo de interferência entre eles.

Conforme definido no capítulo 03, o próximo passo é a utilização da AA – Análise de Agrupamento na matriz de escores fatoriais, **MEF**. Esta análise utiliza-se de algoritmo de redução do número de indivíduos, fazendo com que aqueles de variância semelhante se juntem em classes. O método hierárquico faz com que as classes se associem em níveis de dissimilaridade (distância Euclidiana) cada vez mais altos, até que haja apenas uma classe única.

**Figura 06 – Árvore de Classificação (*Cluster*)**



A árvore de classificação acima, demonstra as ligações resultantes da aplicação da AA, e define os grupos homogêneos (Anexo A). Quanto mais perto de zero, mais os meses se parecem em termos de variação dos investimentos no tempo. A ligação entre os meses é feita através do algoritmo de classificação hierárquica, que procura os dois meses mais próximos, agrupa-os, formando um terceiro, e assim sucessivamente até que haja apenas uma classe.

Na Figura 06 acima, no maior nível de agregação, observa-se dois grandes blocos de grupos homogêneos. A formação destes dois macro-grupos sugere que nos períodos que compõem cada um deles os investimentos dos fundos apresentaram características de variação semelhantes.

O exame efetuado nas ligações da Figura 06 mostrou que se a análise for elaborada em um nível alto de semelhança (muito perto de zero), a mesma perde sua maior função, que é a simplificação. Por outro lado, se a determinação dos grupos for muito distante de zero, a dispersão das semelhanças dificultará uma análise confiável por agregar características cada vez menos parecidas. Optou-se, então, por formar os grupos no nível 5 de distância do zero. Este nível permitiu encontrar períodos de tempo perfeitamente dimensionados (por ex.: anos) atendendo, assim, aos objetivos do estudo. Neste sentido, com o corte estipulado próximo de 5, foi possível se chegar a uma composição de 13 grupos distintos, detalhados no Quadro 08.

Os macro-grupos estão representados na Figura 06, e a distribuição dos meses são de acordo com suas parecências. Observou-se que no primeiro macro-grupo, composto pelos grupos GF01 a GF06, estão concentrados os anos de 91 a 96, demonstrando que estes anos possuem características de investimentos semelhantes. As exceções do primeiro macro-grupo são os meses de janeiro a abril de 91, janeiro de 92 e março e abril de 95, que se assemelham mais às características de investimentos dos anos que compõem o segundo macro-grupo, ou seja, os anos de 88 a 90, 97 e 98, que agrega os grupos GF07 a GF13.



### Quadro 08 – Distribuição dos Meses nos Grupos (Fundos)

GF01 =	1/94 a 10/94	GF08 =	3/95, 4/95 1/97 a 4/97 8/98 a 12/98
GF02 =	2/92 a 5/92 5/93 a 12/93 11/94, 12/94	GF09 =	6/90, 8/90, 9/90, 11/90, 12/90 1/91 a 4/91
GF03 =	12/95 1/96 a 12/96	GF10 =	3/90 a 5/90, 7/90, 10/90
GF04 =	5/95 a 11/95	GF11 =	1/89 a 12/89 1/90, 2/90 1/92
GF05 =	6/92 a 12/92 1/93, 3/93, 4/93	GF12 =	6/88 a 12/88
GF06 =	5/91 a 12/91 2/93	GF13 =	1/88 a 5/88
GF07 =	5/97 a 12/97 1/98, 4/98 a 7/98		

Entendendo que, conforme o método de *Ward*, uma boa partição é aquela em que a inércia interclasse é grande, e, ao mesmo tempo a intraclasse é pequena, os grupos formados neste estudo tem representatividade e relevância no conhecimento da tipologia dos investimentos dos fundo de pensão.

Seguindo no processo de simplificação que a AA se propõe, para evitar de se fazer uma análise exaustiva, grupo a grupo, dos movimentos dos investimentos mensais, pode-se eleger, dentre os meses que compõem o grupo, aquele que melhor representa as suas características, sendo denominado meses típicos (06/94), que está representado na Figura 07.

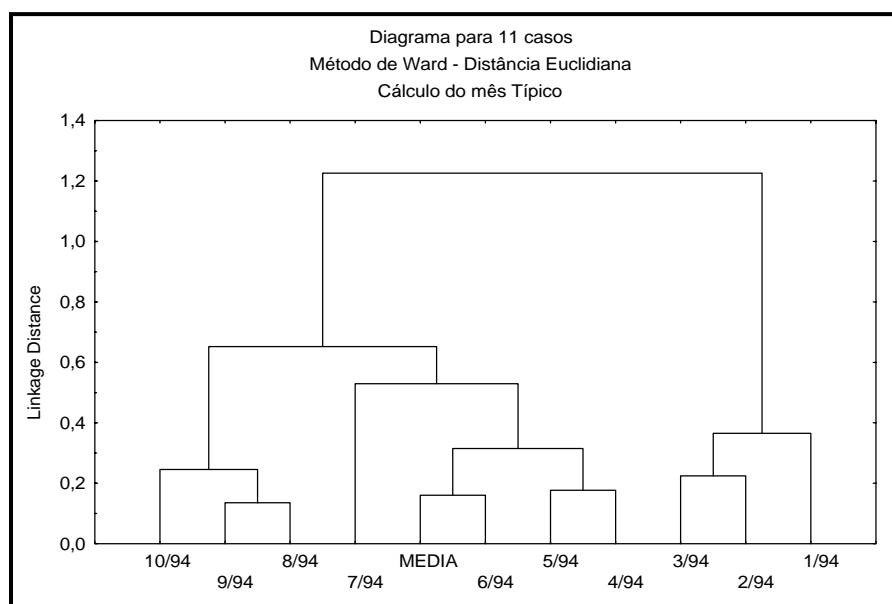
A determinação do(s) mês(es) típico(s) de cada grupo, processou-se através da formação de treze matrizes parciais, contendo nas linhas os meses dos grupos e nas colunas os escores fatoriais calculados pela ACP. Foi calculada a média de cada fator (coluna) em cada matriz definida, que foi acrescida no número de linhas da mesma. Após a determinação da média aplicou-se AA com a finalidade de encontrar as ligações de características semelhantes, agora especificamente dentro de cada grupo, de modo que o mês típico ficasse definido como aquele mais próximo da média. Este processo, então, resguarda a essência das características do grupo, e o mês representante fica

estabelecido como aquele que irá compor a carteira de investimentos para análise financeira a ser elaborada posteriormente. Como exemplo:

**Tabela 02 – Demonstração da Matriz do Grupo 01**

FORMAÇÃO DO GRUPO - GF01 DETERMINAÇÃO DO MÊS TÍPICO					
GF01 =	meses	fator1	fator2	fator3	fator4
1	1/94	-0,38	1,23	-0,65	1,30
2	2/94	-0,37	1,17	-0,61	1,51
3	3/94	-0,44	1,13	-0,52	1,69
4	4/94	-0,30	0,70	-0,61	1,37
5	5/94	-0,38	0,76	-0,51	1,26
6	6/94	-0,46	0,75	-0,69	1,37
7	7/94	-0,51	0,67	-0,87	1,09
8	8/94	-0,64	0,88	-0,72	1,33
9	9/94	-0,67	0,95	-0,63	1,40
10	10/94	-0,75	0,82	-0,69	1,20
11	media	-0,49	0,91	-0,65	1,35

**Figura 07 – Representação do Mês Típico do Grupo 01**



No exemplo resumido acima, (Tabela 02 e Figura 07), o mês típico referente ao grupo 01 é o mês de Junho de 94. Os cálculos dos meses típicos foram calculados igualmente ao exemplo anteriormente citado e a sua síntese esta mostrada no Quadro 09.

**Quadro 09 – Meses Típicos**

REPRESENTANTES TÍPICOS (19 meses)			
GRUPOS	MESES	GRUPOS	MESES
GF01	→ 6/94	GF08	→ 1/97
GF02	→ 8/93	GF08	→ 2/97
	→ 9/93	GF08	→ 3/97
GF03	→ 5/96	GF08	→ 4/97
	→ 6/96	GF09	→ 1/91
GF04	→ 6/95	GF10	→ 5/90
GF05	→ 9/92	GF11	→ 10/89
GF06	→ 7/91	GF12	→ 6/88
GF07	→ 4/98	GF12	→ 9/88
		GF13	→ 3/88

Uma vez cumprida a etapa de encontrar os meses típicos dos grupos de investimentos homogêneos dos fundos de pensão, o objetivo agora passa a ser a procura dos meses representantes daqueles formados pelos indicadores econômicos. Os indicadores selecionados visam retratar o conjunto de oportunidades de investimentos do mercado de capitais, imóveis e outros, e servem para verificar se as aplicações dos fundos estão em sintonia com os cenários disponíveis.

Para verificar os rumos tomados pelos fundos em relação às oportunidades de mercado faz-se necessário encontrar parâmetros de comparação entre as aplicações dos fundos e os eventos econômicos do período. A fim de cumprir esta etapa utilizou-se as dez variáveis referidas e identificadas no Quadro 04 (p.45) com o período de abrangência igual ao anterior, isto é, de jan/88 a dez/98. Como a intenção é estabelecer a real variância dos indicadores, não foram eliminados os meses de janeiro e fevereiro de 1995 e fevereiro e março de 1998 (que não constam da matriz dos fundos). Os dados levantados compõem a matriz de índices representada por  $I_{132 \times 10}$  (anexo 04) e foi aplicado o mesmo tratamento para a definição dos grupos e meses típicos dos fundos de pensão.

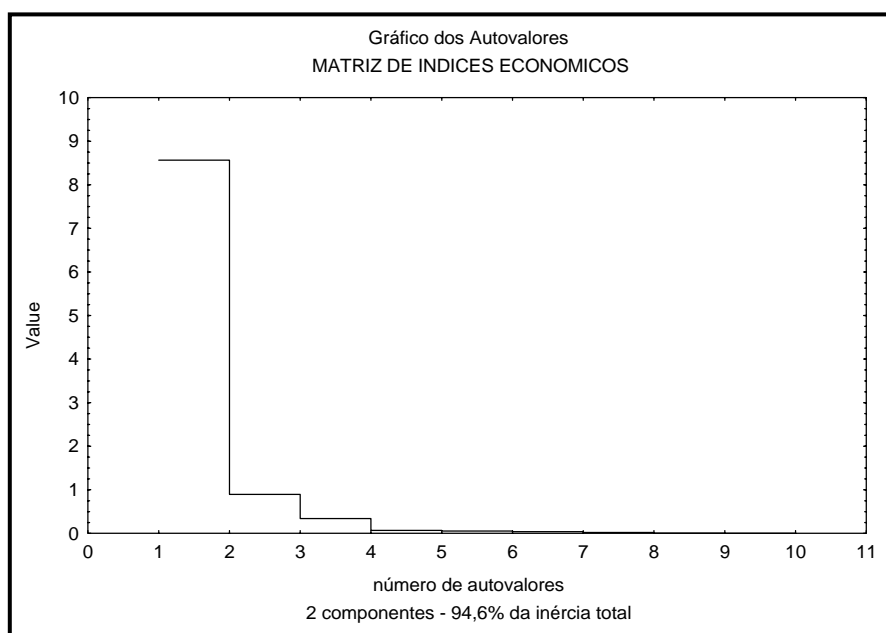
Aplicando ACP, através do *software Estatística*, foram encontrados os autovalores que maximizam a variância no primeiro componente, no segundo e assim sucessivamente, em ordem decrescente. Os autovalores estão mostrados no quadro 10.

**Quadro 10 – Matriz de Autovalores**

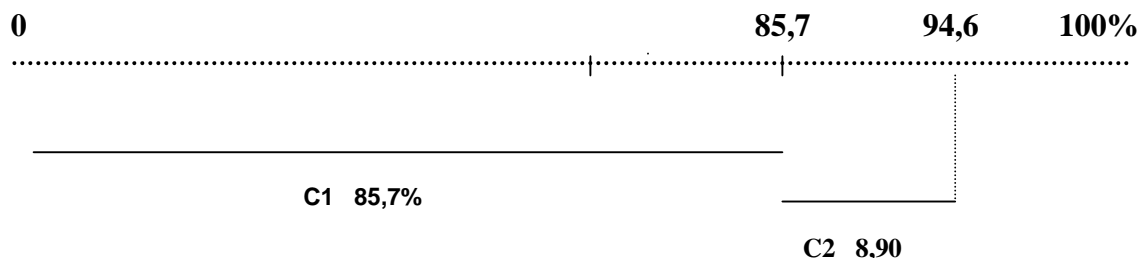
<b>AUTOVALORES</b>				
<b>Componentes Principais</b>				
	<b>Auto</b>	<b>(%)</b>	<b>Autoval.</b>	<b>(%)</b>
	<b>Valor</b>	<b>Variância</b>	<b>Acumul.</b>	<b>Acumul.</b>
<b>C1</b>	<b>8,57</b>	<b>85,67</b>	<b>8,57</b>	<b>85,67</b>
<b>C2</b>	<b>0,90</b>	<b>8,97</b>	<b>9,46</b>	<b>94,64</b>
3	0,34	3,41	9,80	98,04
4	0,07	0,71	9,88	98,75
5	0,05	0,55	9,93	99,30

A distribuição dos valores das variâncias que estão representadas em cada componente principal podem ser vistos no gráfico abaixo:

**Gráfico 08 – Representação dos Autovalores dos Índices**



A composição percentual dos autovalores calculados para os índices econômicos pode ser demonstrado linearmente conforme abaixo:

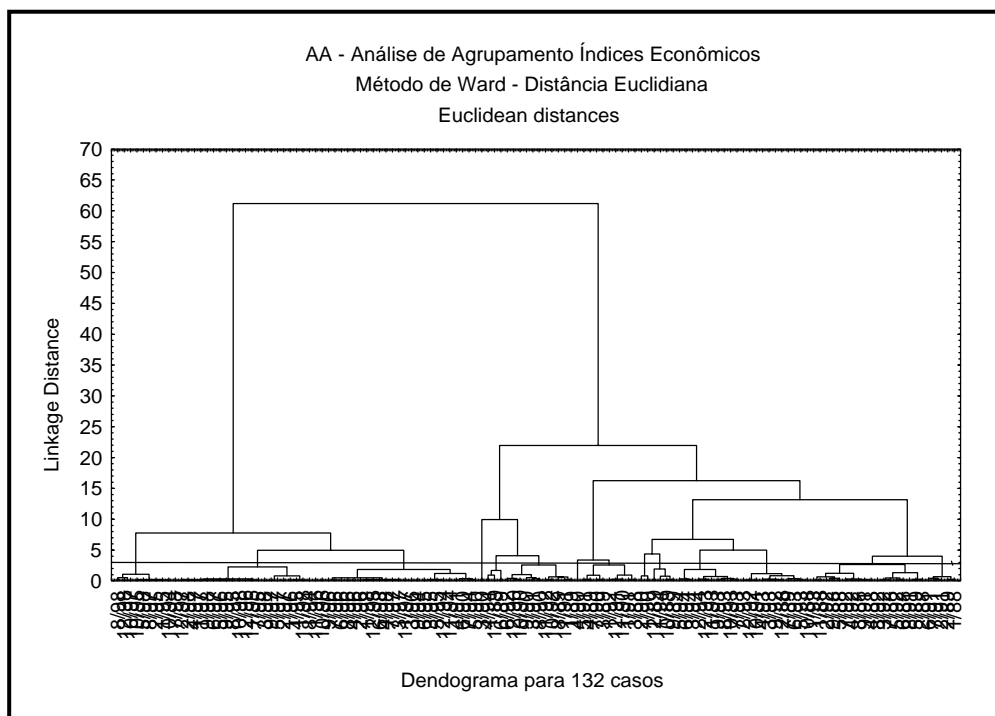


Através da visualização do gráfico acima pode-se observar que o primeiro componente principal acumula 85,7% da variância total da matriz, que somado ao segundo componente perfaz o valor de 94,6% da inércia total da amostra. Apesar de o método “*Kaiser*” sugerir a utilização de autovalores maiores que a unidade, o software *Statística* não aceita processar AA com matrizes de uma coluna. Neste caso, então, tomou-se dois fatores, com o segundo representando 9,0% da inércia total, sem alterações substanciais nos resultados. O resultado da análise é a matriz de escores fatoriais **MEFI**<sub>132 x 2</sub> (Anexo 05) que será utilizada para encontrar os grupos homogêneos de variação dos indicadores econômicos.

Com a matriz **MEFI**<sub>132 x 2</sub> aplicou-se AA, obtendo-se a árvore de ligações, segundo o mesmo algoritmo e tipo de classificação utilizada no agrupamento dos fundos, conforme Figura 08 abaixo:

Pode-se verificar que estão bem definidos dois períodos de tempo, um englobando os anos de 1988 a 1993 e os meses de janeiro a junho de 1994, e outro com os meses restantes de 1994, isto é, julho a dezembro, e os anos de 1995 a 1998. Percebe-se que os dois períodos definidos, quando correlacionados com o Plano Real implantado em julho de 1994, pode-se destacar um período pós-Real e outro pré-Real.

**Figura 08 – Árvore de Ligações dos Índices Econômicos**



Outra observação imediata é a noção de estabilidade e instabilidade que se pode perceber nos dois períodos. Os meses de maio e junho de 1990, além de abril de 1991, pertencem ao período pós-Real, porque apresentam as mesmas características de estabilidade econômica do período citado, o que pode ser atribuída à estabilidade gerada pelo confisco dos valores monetários e congelamento dos preços nos planos Collor (03/90) e Collor II (02/91).

No mesmo dendrograma acima (Figura 08) e optando-se por um nível de dissimilaridade perto de cinco, o resultado é a formação de quinze grupos de meses com variâncias homogêneas, representando os movimentos dos índices demonstrando as ocorrências econômicas, no período considerado (Anexo B). Os grupos estão definidos conforme Quadro 11.

**Quadro 11 – Demonstração dos Grupos dos Índices Econômicos**

<b>GI01 =</b>	10/94 1/95, 2/95, 10/95 8/97, 10/97 5/98, 6/98, 12/98	<b>GI08 =</b>	3/88 3/89, 4/89 7/90, 11/90 1/91, 5/91, 12/91 1/92
<b>GI02 =</b>	8/94 4/95, 7/95, 8/95, 9/95, 11/95 1/96, 5/96, 12/96 1/97, 2/97, 4/97, 5/97, 6/97, 9/97, 12/97 2/98, 3/98, 7/98, 9/98, 10/98, 11/98	<b>GI09 =</b>	1/90, 2/90
<b>GI03 =</b>	5/90, 6/90 4/91 7/94, 9/94, 11/94, 12/94 3/95, 5/95, 6/95, 12/95 2/96, 3/96, 4/96, 6/96 a 11/96 3/97, 7/97, 11/97 1/98, 4/98, 6/98	<b>GI10 =</b>	9/89, 10/89, 12/89 1/94
<b>GI04 =</b>	3/90	<b>GI11 =</b>	7/93 a 12/93 2/94, 3/94, 5/94, 6/94
<b>GI05 =</b>	6/89, 11/89 4/94	<b>GI12 =</b>	10/88, 12/88 7/89 10/91 9/92, 12/92 2/93 a 6/93
<b>GI06 =</b>	1/89, 8/89 8/90, 9/90, 10/90, 12/90 3/91, 11/91 6/92, 10/92, 11/92	<b>GI13 =</b>	4/88, 5/88, 8/88, 9/88, 11/88 9/91 2/92, 4/92, 7/92 1/93
<b>GI07 =</b>	4/90	<b>GI14 =</b>	2/88, 6/88, 7/88 5/89 8/91 3/92, 5/92, 8/92
		<b>GI15 =</b>	1/88 2/89 2/91, 6/91, 7/91

**Quadro 12 – Meses Típicos dos Índices Econômicos**

REPRESENTANTES TÍPICOS			
GRUPOS	MESES	GRUPOS	MESES
GI01	→ 8/97	GI09	→ 1/90
GI02	→ 8/95	GI10	→ 1/94
GI03	→ 12/95 → 1/98	GI11	→ 2/94
GI04	→ 3/90	GI12	→ 12/88
GI05	→ 11/89	GI13	→ 9/88 → 2/92
GI06	→ 12/90	GI14	→ 6/88
GI07	→ 4/90	GI15	→ 2/91
GI08	→ 3/88 → 1/91		

A fim de possibilitar uma comparação com os meses típicos dos grupos formados pelos investimentos dos fundos e atendendo ao que rege a AA, procurou-se o mês representante de cada um destes grupos. Os meses típicos encontrados podem ser visualizados no Quadro 12 abaixo:

Uma vez definidos os meses típicos dos investimentos dos fundos de pensão, e os representantes dos indicadores econômicos, processou-se a comparação entre eles objetivando identificar os meses coincidentes em ambos os grupos. Estas relações estão representadas no Quadro 13 e a síntese no Quadro 14.

Existe uma relação de causa e efeito entre os meses típicos dos investimentos dos fundos e dos indicadores econômicos. Sempre que existirem alterações nos índices de mercado, os investimentos dos fundos podem reagir positivamente ou negativamente. Para identificar estas condições de reação o Quadro 13 apresenta as inter-relações entre eles. Será considerada positiva se o mês típico dos fundos acompanharem de maneira próxima e posterior aos dos índices. Será negativa ou nula se os meses não apresentarem relações ou forem distantes entre si.

Pode-se classificar como próximo o mês com intervalo até quatro meses, e partir daí como distantes. Entende-se que quanto mais distante a reação dos fundos em relação ao movimento inicial do mercado mais ineficiente será o investimento.



**Quadro 13 – Apresentação das Relações entre os Grupos**

RELAÇÕES ENTRE OS GRUPOS DE MESES TÍPICOS					
GRUPOS DOS ÍNDICES - GI			GRUPOS DOS FUNDOS - GF		
OBS	GI	MESES	OBS	GF	MESES
1	GI08	03/88	1	GF13	3/88
2	GI14	06/88	2	GF12	6/88
3	GI13	09/88	3		9/88
4	GI12	12/88	4	GF11	10/89
5	GI05	11/89	5	GF10	5/90
6	GI09	01/90	6	GF09	1/91
7	GI04	03/90	7	GF06	7/91
8	GI07	04/90	8	GF05	9/92
9	GI06	12/90	9	GF02	8/93
10	GI08	01/91	10		9/93
11	GI15	02/91	11	GF01	6/94
12	GI13	02/92	12	GF04	6/95
13	GI10	01/94	13	GF03	5/96
14	GI11	02/94	14		6/96
15	GI02	08/95	15	GF08	1/97
16	GI03	12/95	16		2/97
17	GI01	08/97	17		3/97
18	GI03	01/98	18		4/97
			19	GF07	4/98

Dentre os conjuntos de meses típicos analisados, constata-se que 33% deles não possuem relações entre os movimentos dos indicadores econômicos e dos fundos de pensão, o que pode ser visualizado no Quadro 13, e que 67% dos movimentos dos indicadores econômicos foram acompanhados pelo crescimento dos patrimônios dos fundos de pensão, como é discriminado no Quadro 14.

**Quadro 14 – Relação dos Meses Iguais ou Próximos**

INTER-RELAÇÃO DOS GRUPOS					
INDICADORES			FUNDOS		
<b>GI08</b>	03/88	→	<b>GF13</b>	03/88	
<b>GI14</b>	06/88	→	<b>GF12</b>	06/88	
<b>GI13</b>	09/88	→	<b>GF12</b>	09/88	
<b>GI09</b>	01/90	→	<b>GF10</b>	05/90	
<b>GI04</b>	03/90	→			
<b>GI07</b>	04/90	→			
<b>GI06</b>	12/90	→	<b>GF09</b>	01/91	
<b>GI08</b>	01/91	→			
<b>GI15</b>	02/91	→	<b>GF06</b>	07/91	
<b>GI10</b>	01/94	→	<b>GF01</b>	06/94	
<b>GI11</b>	02/94	→			
<b>GI03</b>	01/98	→	<b>GF07</b>	04/98	

Este fato sugere que, nestes períodos, os retornos das aplicações dos fundos foram compatíveis com aqueles oferecidos no mercado e que apesar de muitas vezes a reação não ser imediata, pode-se considerar que a reação dos fundos foi positiva, principalmente no período de instabilidade econômica, isto é, antes do Plano Real.

Isto pode indicar que como os meses típicos representam um conjunto de meses relativos a 11 anos de análise, pode-se deduzir que aproximadamente 67% do período dos investimentos dos fundos apresentaram coerência com as possibilidades de investimentos oferecidas pelo mercado.

Como na AA dos indicadores econômicos ficaram bem definidos dois grandes grupos distintos de períodos de estabilidade (pós 7/94) e instabilidade econômica (pré 7/94), optou-se em demonstrar a eficiência dos investimentos dos fundos somente no período pós julho de 94 por considerar o referido período como mais relevante, no sentido de manter o crescimento dos patrimônios, tendo em vista que as oportunidades de mercado tornaram-se mais seletivas.

A seguir são apresentados os gráficos onde se demonstram os comportamentos das variações conjuntas dos índices econômicos, nas suas seqüências temporais para os diversos períodos

homogêneos determinados nas análises das aplicações dos fundos de pensão. Isto é, os diferentes grupos homogêneos para o período de jan/94 a dez/98. Os grupos referidos são os de número 1, 3, 4, 7 e 8 do Quadro 08 (Distribuição dos meses nos grupos, p.65).

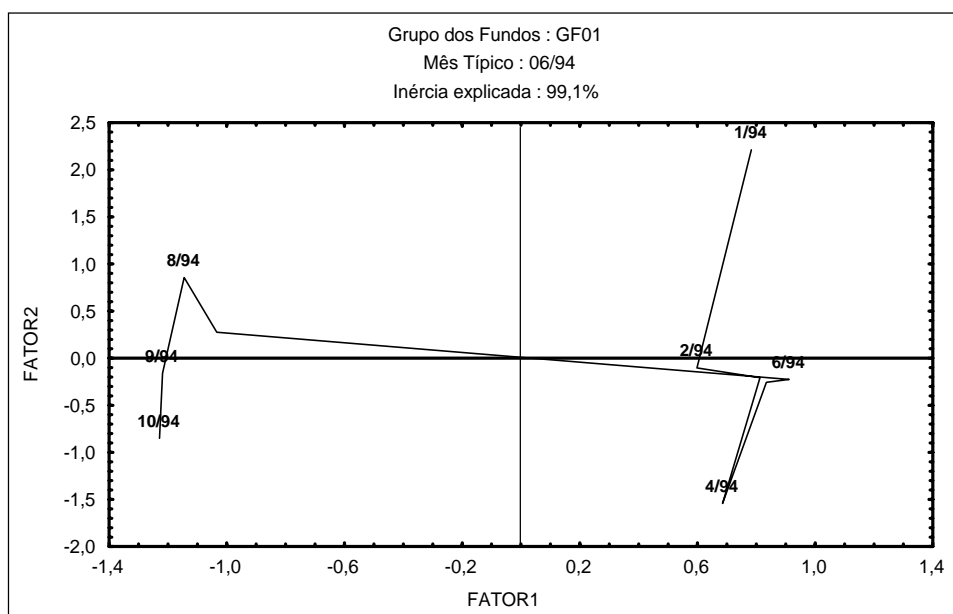
#### 4.2.3 – Relação Comparativa com Índices Econômicos.

Cada grupo listado gerou uma matriz composta de dez variáveis representativas dos indicadores econômicos e números de indivíduos iguais aos meses componentes de cada grupo. Para cada matriz foram calculados os componentes principais através da ACP cujo resultado gerou uma nova matriz de indivíduos/componentes. Os dados desta nova matriz foram demonstrados nos gráficos a seguir analisados, sendo que, neste trabalho selecionaram-se como relevantes os dois primeiros componentes principais que representam mais de 50% da inércia. A identificação de cada montante de inércia explicada encontra-se visualizada no cabeçalho de cada diagrama.

Para a análise dos gráficos, na divisão provocada pelo fator1, são considerados valores de índices altos os que estiverem no quadrante positivo, e baixos os localizados na região negativa, à exceção do diagrama formado pelos meses dos grupos GF03 e GF04 onde os valores baixos estão no lado positivo do eixo do fato um. Para o fator2 os valores altos e baixos distribuem-se de forma mais irregular entre as regiões positivas e negativas, merecendo uma análise mais individualizada.

Na interpretação dos gráficos abaixo, a trajetória das mudanças temporais nos índices econômicos dos meses homogêneos dos fundos de pensão, indica uma gradativa mudança, com algumas flutuações notórias, de valores altos para valores baixos em decorrência das oscilações dos índices econômicos na sequência de tempo analisada.

**Gráfico 09 – Diagrama de Espalhamento - GF01**



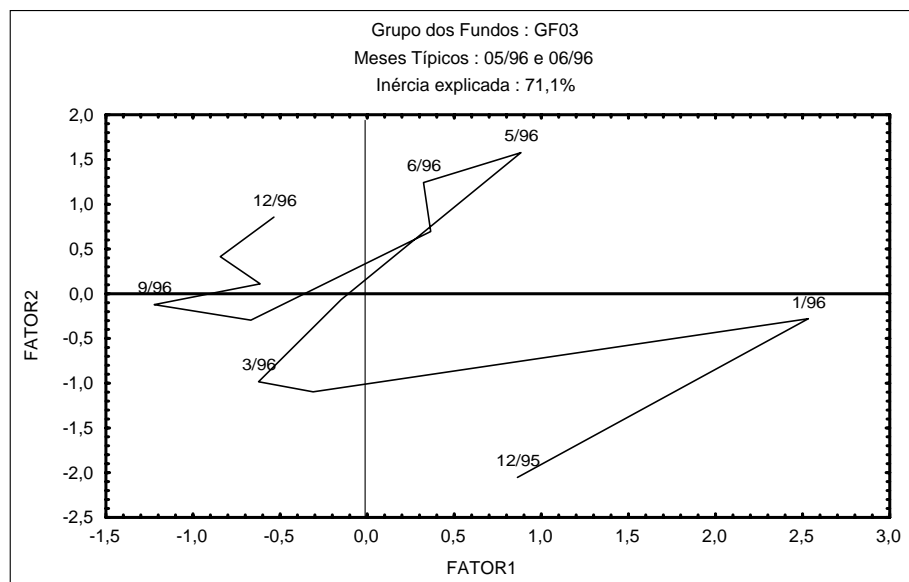
No gráfico 09 acima, no eixo do fator1, destacam-se dois períodos distintos de variação dos indicadores econômicos. Do lado positivo estão concentrados os meses de janeiro a junho de 94, apresentando valores dos índices gerais considerados altos, em contraposição no lado negativo estão os meses de julho a outubro de 94 com os índices baixos indicando que houveram acontecimentos relevantes na economia do País que forçaram esta divisão. Como evento econômico importante no período do grupo GF01, atuando como um divisor de águas, foi a implementação do Plano Real em 7/94. Por outro lado, no eixo do Fator 2, na sequência temporal, os meses 8/94 e 10/94 se opõem pela influência negativa do Ibovespa que apresentava um ganho de 26,9% em agosto e em outubro perda de -12,5%, além do ouro que caiu 272% no período.

Na contramão do movimento estava o INCC que cresceu mais de 800% até junho de 94, ficando estáveis os outros indicadores. Também os meses de, 1/94 e 4/94 sofreram as influências negativas do Ibovespa com perda relevante de 87%, não apresentando compensação pelos demais indicadores. Neste diagrama o mês típico (6/94) apresenta um distanciamento relativo do centro de gravidade devido a queda abrupta dos valores dos índices a partir do mês de julho de 94,

o que alterou a relação - investimentos dos fundos e parâmetros da economia. Neste caso, o mês típico longe do centro de gravidade, na região dos valores altos, pode ser um indicativo positivo tendo em vista que os fundos apresentam a característica de aplicações de longo prazo, e a queda dos indicadores não afetou imediatamente estes investimentos.

Na análise do gráfico 10 abaixo, representando o movimento da economia no espaço de tempo do grupo GF03 dos fundos, pode-se perceber oscilações fortes em períodos curtos de tempo. Assim, no eixo do fator1, do lado positivo, onde encontram-se demonstrados os meses com os valores dos índices altos (1/96 e 5/96) em oposição ao lado negativo que apresenta os meses de valores baixos (9/96), percebe-se uma maior concentração de meses no lado negativo indicando que, dentro do espaço de tempo do grupo, houve uma tendência de queda dos índices gerais da economia. Analisando pelo fator2 o diagrama demonstra a forte influência do crescimento do Ibovespa em conjunto com o INCC e IGPDÍ para que, após as flutuações naturais, apresente-se no lado positivo, verificando assim, a recuperação do mercado de ações como forte agente de investimentos da economia, no período.

**Gráfico 10 – Diagrama de Espalhamento - GF03**

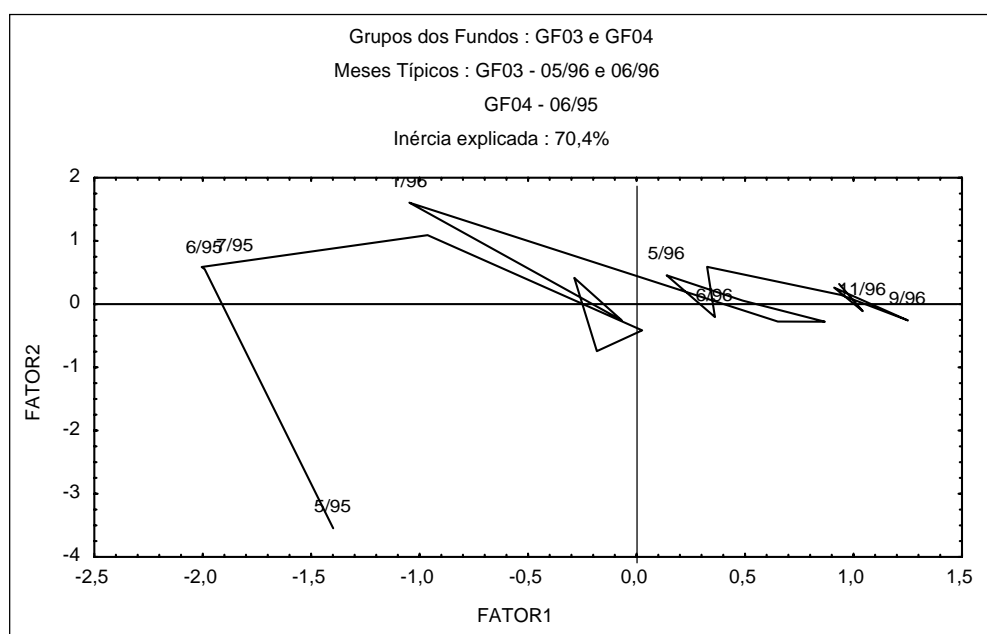


Interpretando o Gráfico 11, abaixo, a trajetória das mudanças dos índices econômicos nos meses pertencentes aos grupos homogêneos GF03 e GF04 dos fundos de pensão, verifica-se que na região positiva do primeiro fator estão demonstrados os valores baixos dos índices (meses 9 e 11/96) e que, opondo-se a eles, na região negativa, encontram-se os meses em que os indicadores econômicos apresentavam-se com valores altos (meses 6 e 7/95). Entre estes extremos há uma mudança gradativa com as flutuações inerentes a cada índice no decorrer do período, passando de valores altos para valores baixos na sequência temporal analisada.

No segundo fator o espalhamento se manifesta em função dos valores assumidos pelo Ibovespa aliado ao crescimento da cotação do Ouro, identificando-se os meses onde o Ibovespa foi baixo na região negativa do fator 2 e os meses que apresentam valores altos, no lado positivo.

Com referência aos meses típicos do grupo GF03 dos fundos (meses 5 e 6/96) sua posição em relação ao centro de gravidade é satisfatória significando que reflete com propriedade o comportamento médio da economia, validando a tipologia construída anteriormente conforme quadro 09, p.67.

**Gráfico 11 – Diagrama de Espalhamento - GF03 e GF04**

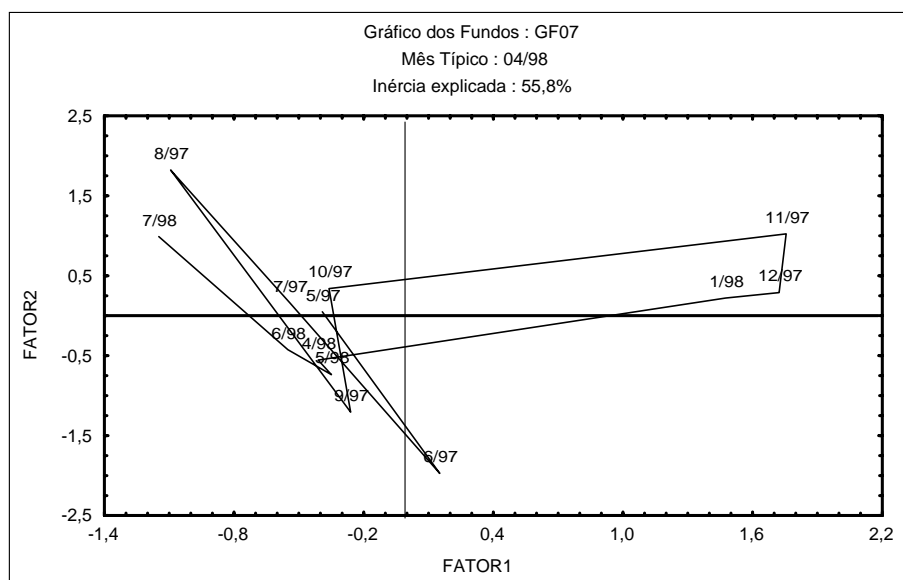


Analisando o espalhamento, no Gráfico 12 abaixo, e o movimento dos índices econômicos nos meses que compõem o grupo GF07 dos fundos, o eixo do fator1 apresenta no lado positivo os meses de valores altos (meses 11 e 12/97) e, em contraposição na região negativa, os meses de valores baixos (meses 7 e 8/97). Neste eixo estão representadas as oscilações dos índices econômicos que evoluíram negativamente no decorrer do período, excluindo-se o Ibovespa, pois o mesmo apresenta forte crescimento ( $\pm 50\%$ ) em dois meses.

O segundo fator, ao contrário, na região positiva apresenta os meses de valores baixos com forte influência dos Ibovespa (-39,6%), somado à queda do IPC (-1,00%), IGPDI (-0,17%), INPC (-0,49%) e OURO (-1,20%). Neste caso o mês típico (4/98) está bem representado proximamente ao centro de gravidade.

Cabe ressaltar que neste grupo os fatores um e dois explicam somente 55,8% da inércia total porque o período abrangido pelo mesmo apresenta conturbações de ordem econômica e política, fazendo com que o índice de correlação entre eles seja baixo, isto é, tenham comportamentos independentes.

**Gráfico 12 – Diagrama de Espalhamento - GF07**

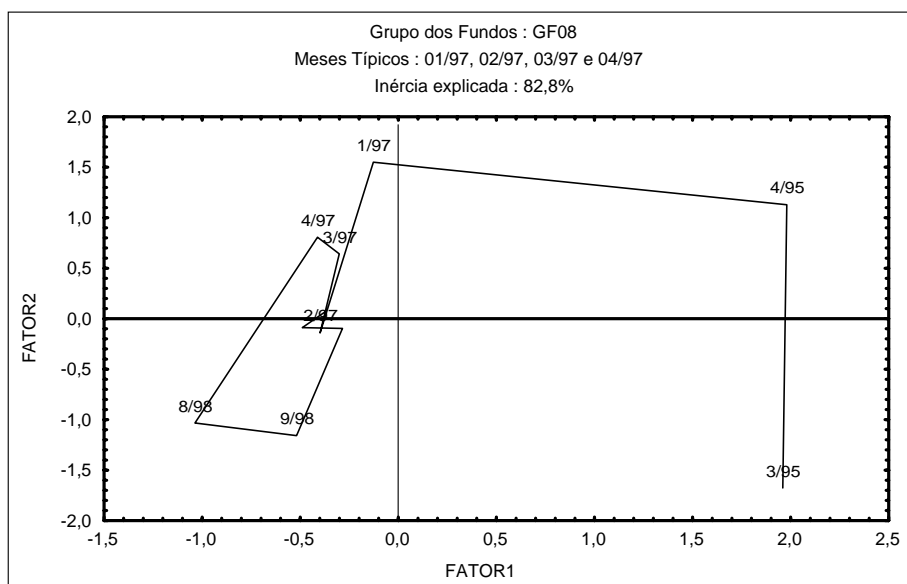


O fato de cada variável ter comportamento relativamente independente quando analisadas pela ACP, força a existência de cinco fatores acima de **um**, considerados relevantes pelo método *Kaiser*. Para analisar todos os fatores em pares ordenados seriam necessários dez gráficos. Assim, considerando que os dois primeiros fatores são relativamente mais significantes (mais de 50% da inércia total), optou-se em restringir a análise a estes fatores.

No período de tempo compreendido por este grupo, aconteceram importantes eventos políticos econômicos que afetaram a ordem da economia interna do País, como as crises do Tailândia, Malásia, Japão e China, e outros países da Ásia (7/97, 1/98, 8/98 respectivamente), bem como na República Tcheca na Europa (5/97), afetando a continuidade dos índices alternadamente, isto é, ora um ora outro, levando os mesmos a terem movimentos distintos e independentes.

Analisando a distribuição dos meses dos índices no diagrama de espalhamento no Gráfico 13 abaixo – grupo GF08 dos fundos – observa-se que na região positiva do fator um encontram-se demonstrados os meses de valores altos (meses 3 e 4/95), contrapondo-se aos meses de valores baixos (mês 8/98) da região negativa do referido fator. Esta disposição de meses permite visualizar o caminho percorrido pela economia dos País demonstrada na variação dos indicadores econômicos.

**Gráfico 13 – Diagrama de Espalhamento - GF08**





O fator dois também apresenta meses de valores baixos na região negativa ( meses 3/95, 8 e 9/98), e altos na região positiva ( meses 4/95 e 1/97). Os meses que se contrapõem nas duas regiões foram fortemente influenciados pela variação do Ibovespa que apresentou o retorno negativo de  $-8,3\%$  no mês 3/95 e uma valorização de  $28,0\%$  em 4/95, provavelmente recuperando-se da queda influenciada pela crise do México (mês 12/94). Ao contrário, o Ibovespa passou de uma situação positiva de  $13,1\%$  em 1/97 para  $-39,6\%$  em 8/98, o que pode ter sido ocasionado, entre outros fatores, pela crise econômica da China e do Japão (mês 8/98). Os outros indicadores da economia, no período, mantiveram-se estáveis, não influenciando no posicionamento dos meses.

Os meses típicos 1,2,3 e 4 de 1997 apresentaram sintonia com a tipologia estabelecida no quadro 09 anteriormente demonstrado.

Os dados até aqui encontrados oferecem uma relevante perspectiva de avaliação do comportamento dos fundos de pensão através da utilização de metodologias estatísticas.

#### 4.2.4 – Análise da Fronteira Eficiente

Pretende-se também, dentro dos conceitos de tomada de decisão e de risco, traçar a curva da fronteira eficiente de Markowitz (1952), e isto teria como objetivo detectar se a composição média da carteira de investimentos dos fundos no último mês da amostra está compatível com aquelas propostas na referida fronteira, guardadas as relações de risco e retorno que os fundos podem assumir.

Para tanto, através do *software* “*Investment*”, foram calculados os retornos esperados<sup>17</sup> ( $R(e)$ ), os desvios padrão (DP), bem como a matriz de variância e covariância (pode ser substituída pela matriz de correlação), objetivando a determinação e demonstração gráfica da curva da fronteira

<sup>17</sup> Entende-se por retorno esperado, o potencial de ganho possível, dado um determinado volume de investimentos, em um determinado ambiente econômico. O valor esperado do próximo período é determinado através da utilização estatística de dados passados.

eficiente. Fica compreendido, através desta análise, que as carteiras que estão representadas como pontos da curva são as que melhor estabelecem a relação risco-retorno de um série de ativos. Além disso, fica determinada também a composição mais eficiente de participação percentual individual, de cada ativo, para o próximo período da série.

A matriz  $R(e)_{50 \times 11}$  (Anexo 08), para o presente trabalho, representa a carteira de mercado e estabelece o conjunto de oportunidades de investimentos dos fundos. Assim, tomando-se por base a referida matriz, onde são apresentados os valores esperados de julho de 94 a dezembro de 98<sup>18</sup>, referente a onze índices de mercado, procedeu-se sua divisão em duas matrizes parciais. Esta separação tornou-se necessária devido à entrada, em maio de 1997, como opção de investimento, a variável FIV – Fundo de Investimentos Variáveis.

Formaram-se, então, duas matrizes distintas: uma compreendendo os meses de julho de 94 a abril de 97, com trinta e duas ocorrências e dez variáveis ( $R(e_1)_{32 \times 10}$ ), excluindo a variável FIV (Anexo 06), e a outra de maio de 97 a novembro de 98, com dezessete ocorrências e onze variáveis ( $R(e_2)_{17 \times 11}$ ), considerando a variável FIV (Anexo 07). A matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$  tem como último dado o mês de novembro de 98, tendo em vista possibilitar a comparação das carteiras propostas na curva da fronteira eficiente com a posição observada dos fundos no mês de dezembro de 98. Esta mesma comparação foi feita em maio de 97 referente às carteiras estabelecidas na curva de abril de 97.

Para ambas matrizes parciais,  $R(e_1)_{32 \times 10}$  e  $R(e_2)_{17 \times 11}$  foram calculadas fronteiras eficientes considerando os seguintes critérios:

- a - proporções de até 100% de aplicações nos ativos; e
- b – proporções máximas nos ativos de acordo com a Resolução 2.324 de 30/10/96 (mostrada no Quadro 02).

---

<sup>18</sup> O período de 07/94 a 12/98 refere-se ao agrupamento dos indicadores econômicos, que diferem do período de agrupamento dos fundos que é de 01/94 a 12/98. Para efeito de análise da Fronteira Eficiente tomou-se por base o período referente aos indicadores econômicos.

O retorno esperado e o desvio padrão das carteiras parciais estão representados nas Tabelas: 03 a matriz  $R(e_1)_{32 \times 10}$  e 04 a matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$  abaixo. Estes ativos estarão dispostos na curva da fronteira com a finalidade de explicar sua contribuição para a mesma.

Observando a Tabela 03 nota-se que todos os ativos atingiram uma rentabilidade mensal acima da unidade, com as variáveis IBOV e ANBID apresentando retornos bem acima da média das demais. Os riscos, por consequência, também apresentaram-se elevados, tendo o IBOV atingido o percentual de 9,61%, mais do dobro da variável ANBID. Por sua vez, a tabela 04 nos mostra menores retornos e riscos. O mercado de ações foi o que apresentou maior variabilidade no período e um retorno esperado negativo.

Para o próximo mês (dez/98) é esperado um retorno negativo para a variável IBOV. O mesmo caminho da variável IBOV foi percorrido pela variável BBFUND por terem relação direta, dado que este é um fundo lastreado no mercado de ações. O risco para ambas as variáveis também apresentou-se alto, representando a instabilidade das suas cotações no mercado.

### Caracterização do Risco e Retorno

Tabela 03

Risco e Retorno		
Período = jul/94 a abr/97		
$R(e_1)_{32 \times 10}$		
Ativos	R(e1)	DP
IBOV	4,56	9,61
INCC	2,03	2,27
CDB	3,79	1,37
DIOVER	2,93	1,21
IGPDI	2,27	1,24
POUP	2,29	1,26
ANBID	4,45	4,26
SELIC	2,95	1,21
MAT70	1,22	0,86
MAT	1,75	1,23

Tabela 04

Risco e Retorno		
Período = mai/97 a nov/98		
$R(e_2)_{17 \times 11}$		
Ativos	R(e1)	DP
IBOV	-0,72	15,62
INCC	0,88	0,45
CDB	2,86	0,75
DIOVER	2,02	0,58
BBFUND	-0,93	12,50
IGPDI	1,24	0,39
POUP	1,22	0,32
ANBID	2,82	0,72
SELIC	2,03	0,59
MAT70	0,51	0,27
MAT	0,72	0,39

Em uma economia dita eficiente, os investidores racionais utilizam-se de todas as alternativas de investimentos disponíveis no mercado. Os fundos de pensão fechados estão subordinados a uma legislação específica que os impede de participar de operações consideradas mais arriscadas. Estão neste rol as operações no mercado de opções de venda a descoberto (sem a propriedade do título), negociação esta que em um mercado eficiente seria usado como compensação de outras menos arriscadas. Esta situação limita os fundos a comprarem e venderem ativos no mercado à vista, ou no máximo emprestar valores e tomar emprestado à taxa livre de risco.

Como o risco de uma carteira está relacionado com os riscos de mercado assumidos pelos ativos que irão compor a referida carteira, o cálculo da fronteira eficiente necessita da matriz de variância e covariância para poder calcular a contribuição do risco de cada ativo na composição da carteira. Neste caso, a matriz de variância pode ser substituída pela de correlação, tendo em vista que uma deriva da outra. Assim, estão apresentadas abaixo as matrizes de correlação das duas matrizes parciais, anteriormente definidas, para o período de jul/94 a dez/98.

**Tabela 05 – Matriz de Correlações – matriz  $R(e_1)_{32 \times 10}$**   
**Período de 07/94 a 04/97**

Correlations										
Marked correlations are significant at $p < ,05000$										
N=31 (Casewise deletion of missing data)										
	IBOV	INCC	CDB	DIOVER	IGPDI	POUP	ANBID	SELIC	MAT70	MAT
IBOV	1									
INCC	0,032	1								
CDB	-0,080	0,432	1							
DIOVER	0,093	0,689	0,859	1						
IGPDI	0,356	0,512	0,516	0,678	1					
POUP	0,229	0,628	0,747	0,856	0,620	1				
ANBID	-0,302	0,122	0,572	0,369	0,327	0,338	1			
SELIC	0,110	0,695	0,841	0,999	0,683	0,856	0,357	1		
MAT70	0,356	0,512	0,516	0,678	1,000	0,620	0,327	0,683	1	
MAT	0,356	0,512	0,516	0,678	1,000	0,620	0,327	0,683	1,000	1

**Tabela 06 – Matriz de Correlações – matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$**   
**Período 05/97 a 11/98**

Correlations											
Marked correlations are significant at $p < ,05000$											
N=17 (Casewise deletion of missing data)											
	IBOV	INCC	CDB	DIOVER	BBFUN	IGPDI	POUP	ANBID	SELIC	MAT70	MAT
IBOV	1										
INCC	-0,086	1									
CDB	-0,020	-0,432	1								
DIOVER	0,370	-0,341	0,764	1							
BBFUN	0,962	-0,066	0,012	0,321	1						
IGPDI	0,145	0,307	0,281	0,302	0,126	1					
POUP	0,276	0,033	0,541	0,755	0,257	0,690	1				
ANBID	0,019	-0,428	0,989	0,801	0,044	0,343	0,597	1			
SELIC	0,376	-0,340	0,759	1,000	0,329	0,304	0,761	0,796	1		
MAT70	0,145	0,307	0,281	0,302	0,126	1,000	0,690	0,343	0,304	1	
MAT	0,145	0,307	0,281	0,302	0,126	1,000	0,690	0,343	0,304	1,000	1

Os coeficientes de correlação apresentados na Tabela 05 acima, demonstram que existem ativos que são bem estruturados para compor uma carteira bem diversificada, na medida em que apresentam valores negativos ou baixos, ou, ao contrário, também encontram-se ativos com correlação alta, possibilitando haver combinações cujo risco final da carteira seja o menor possível. Para este período de aplicação não está disponível a variável FIV.

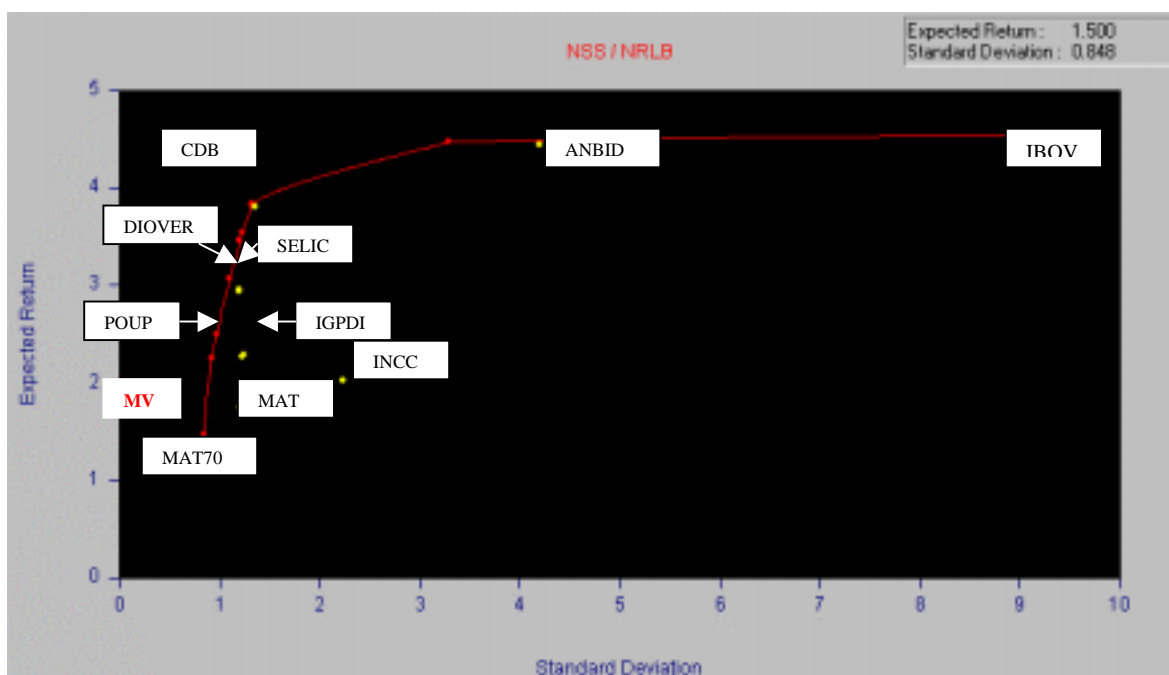
Para a matriz de correlação – Tabela 06 acima – pode-se perceber que mesmo com a entrada da variável FIV como opção de investimentos, as correlações das variáveis, no período, apresentaram-se com a mesma tendência do período anterior. Isto é, existem oportunidade de aplicações no mercado que possibilitam baixar, senão eliminar, os riscos diversificáveis assumidos pelas carteiras de investimentos.

Com isso, o risco assumido pelas aplicações tendem a ser compensados à medida em que possíveis oscilações na economia do País provocam reações das variáveis, o que pode ser saudável para a garantia de crescimento dos patrimônios.

De posse dos cálculos dos retornos esperados, dos desvios padrão e da matriz de correlação de cada período, foi possível, então, traçar, através do *software Investment* a curva da fronteira eficiente, de acordo com os critérios já definidos, a qual tem como objetivo mostrar a qualidade da formação das carteiras de investimentos dos fundos em relação à projeção de sua composição ótima.

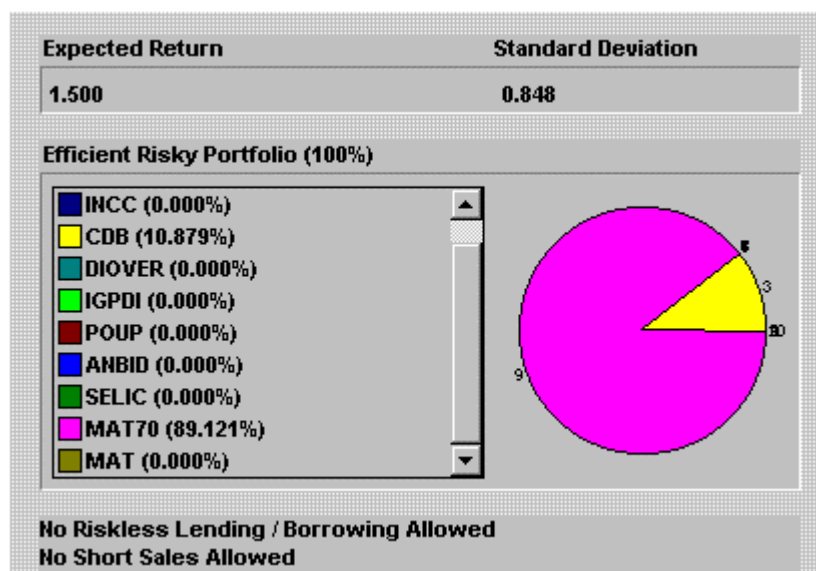
O cenário considerado para utilizar o modelo de Markowitz é aquele que não prevê a possibilidade dos fundos venderem ativos a descoberto, nem tampouco emprestar ou tomar emprestado valores à taxa livre de risco para aplicar em ativos com risco.

**Gráfico 14 – Fronteira Eficiente**  
**Critério : Proporção máxima de aplicação por ativo = 100%**  
**Matriz  $R(e_1)_{32 \times 10}$**



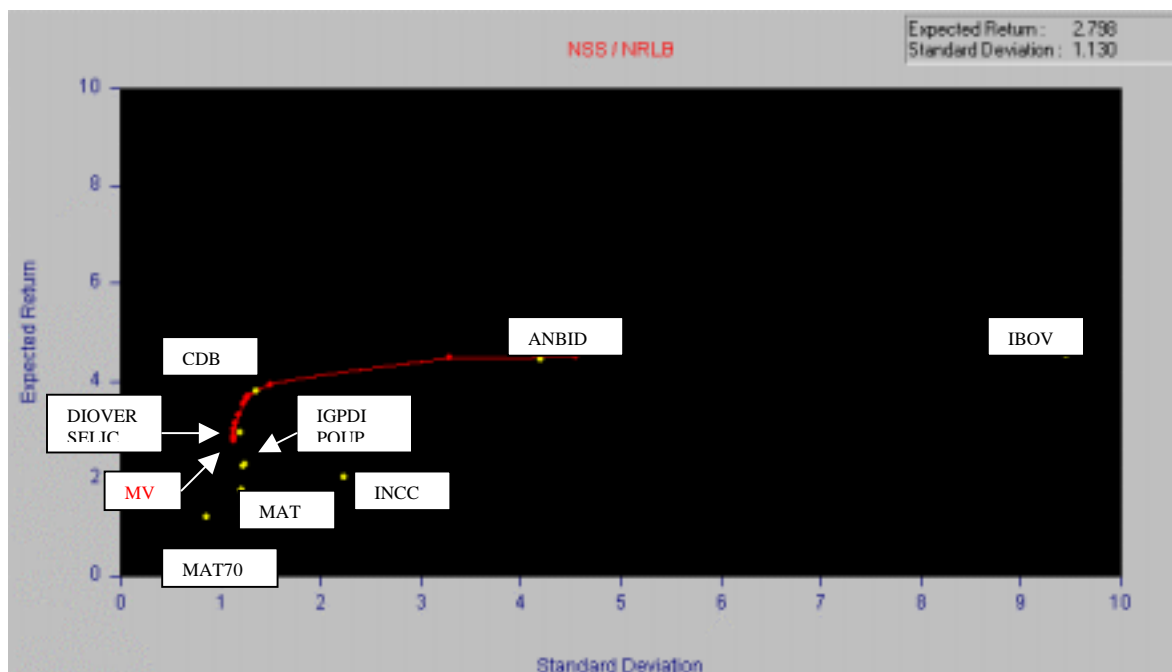
O gráfico 14 acima mostra a distribuição dos ativos segundo sua relação risco-retorno ao longo da curva da fronteira eficiente. Nota-se que a variável IBOV apresenta praticamente o mesmo retorno que a ANBID, porém assumindo o dobro do risco. A variável que apresenta a mais efetiva contribuição é o CDB, pois tem mais retorno esperado que acréscimo de risco em relação à carteira de mínima variância. A variável MAT70 está fora da curva pois apesar de ter o mesmo risco que a carteira de mínima variância possui um menor retorno esperado.

**Gráfico 15 – Demonstração do *Portfolio* na Carteira de Mínima Variância**  
**Critério : Proporção máxima de aplicação por ativo = 100%**



No gráfico 15 encontram-se discriminadas as proporções de investimentos que o investidor deverá cumprir a fim de obter uma carteira de aplicações que atenda à expectativa de maior retorno com o menor risco assumido, isto é, a carteira de mínima variância para os ativos considerados. Assim, ao longo da curva da fronteira estarão dispersas as rentabilidades e riscos dos *portfolios* formados pelos ativos considerados. No caso acima está sugerido que os ativos de maior rentabilidade e menor risco são MAT70 com 89% e CDB com 11%. As variáveis de aplicações dos fundos de pensão que são afetadas pelos ativos mencionados são Outros Investimentos e Depósitos à Prazo respectivamente.

**Gráfico 16 – Fronteira Eficiente**  
**Critério : de acordo com a Resolução 2.324 de 30/10/96**  
**Matriz  $R(e_1)_{32 \times 10}$**



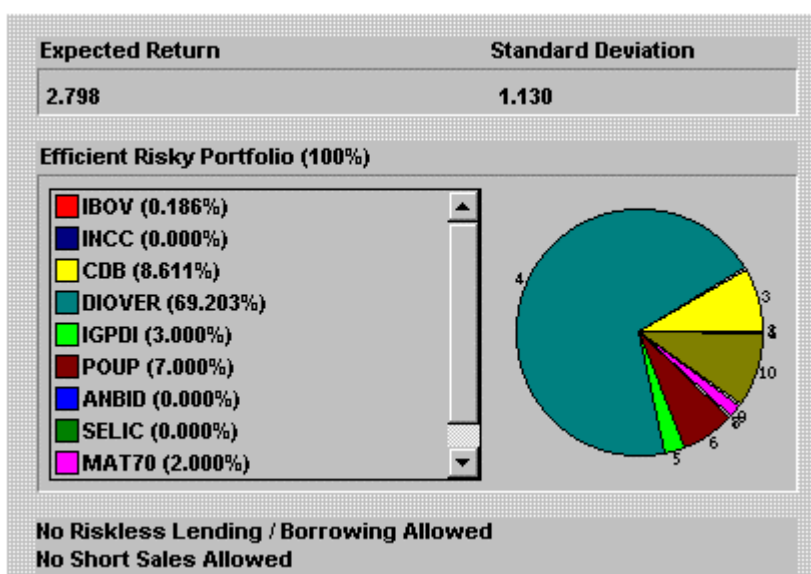
Com referência ao gráfico 16 acima, visualizam-se também os ativos, porém sua contribuição para o cálculo da fronteira eficiente foi determinada pelos limites máximos impostos pela legislação. A dispersão dos ativos em relação à curva indica que somente as variáveis ANBID, CDB, DIOVER e SELIC encontram-se no espaço do conjunto de oportunidades de investimentos. Estas variáveis afetam diretamente os fundos de pensão nas aplicações em debêntures, depósitos a prazo, fundo de investimento fixo e títulos públicos, respectivamente. As demais estão fora dos domínios da fronteira eficiente, significando que ou a variável apresenta retorno elevado mas com risco também elevado, ou apresenta baixo risco, e seu retorno é pequeno determinando um investimento bastante conservador.

Continuando a análise, o gráfico 17 abaixo mostra os percentuais de aplicação bem como o retorno esperado e o desvio padrão da carteira de mínima variância (MV) da matriz de dados do período de 7/94 a 4/97, cuja estrutura foi definida segundo os percentuais de participação dos



ativos considerados. Dentre todas as variáveis da carteira MV aquela de maior relevância é a DIOVER, com 69% de participação. A variável dos fundos que tem ligação com o DIOVER é fundo de investimento fixo, demonstrando que nesta opção os fundos deveriam aplicar 69% de seus valores nesta variável.

**Gráfico 17 – Demonstração do *Portfolio* na Carteira de Mínima Variância**  
**Critério: de acordo com a Resolução 2.324 de 30/10/96**



Como o estudo tem o objetivo de comparar a eficiência das aplicações dos recursos dos fundos de pensão com uma carteira hipotética ideal estabelecida através da metodologia da fronteira eficiente, foi demonstrada na Tabela 07 abaixo, a posição real dos investimentos dos fundos no mês de maio de 1997 para cumprir este objetivo.

**Tabela 07 : Saldos do Patrimônio dos Fundos de Pensão  
Posição percentual em Maio de 1997.**

Saldos Percentuais Maio de 1997			
var.	(%)	var.	(%)
ACA	32,39	FIM	4,55
IMO	11,00	DEB	4,39
DPR	6,45	TPU	4,43
FIF	21,14	OUT	2,01
FIV	5,45	OPA	6,27
EPA	1,93		

Com a aplicação dos dois critérios, carteiras de investimentos livres (100% em cada ativo) e carteiras formadas segundo a legislação específica, as carteiras de mínima variância (MV) propostas na curva da fronteira eficiente apresentaram-se conforme discriminado na Tabela 08.

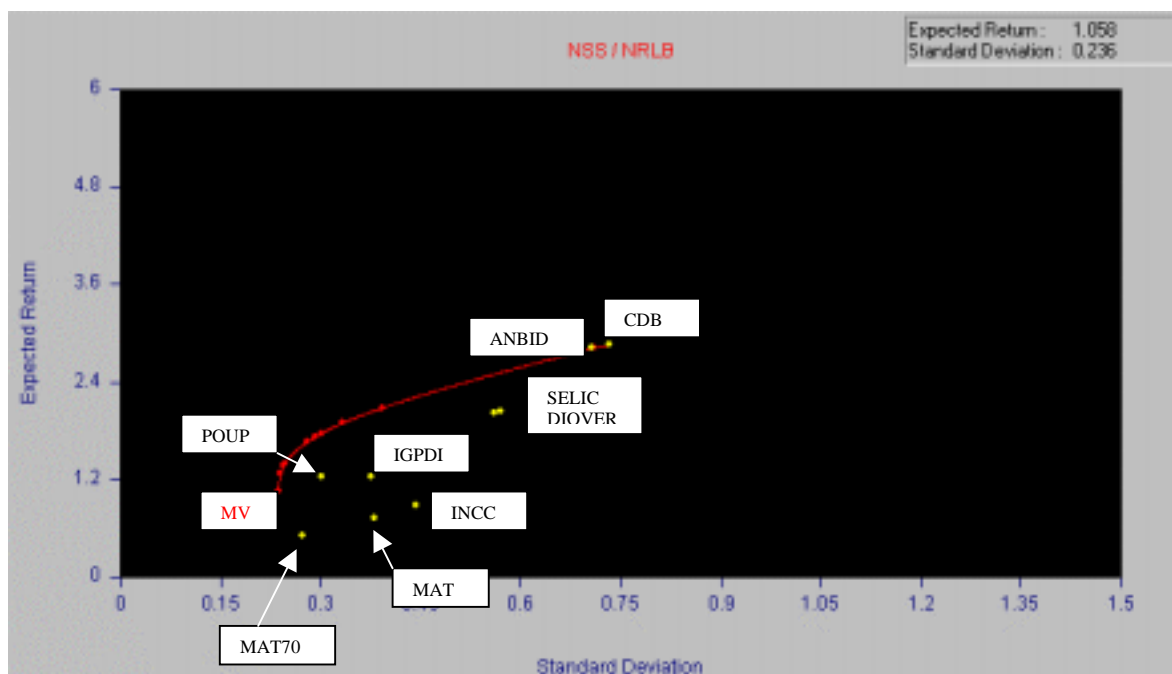
**Tabela 08 : Carteira de Mínima Variância  
Conforme critério definido – maio/97**

Carteira Eficiente Maio de 1997			
Crit.: Livre (100%)		Crit.: Legislação	
Ativo	(%)	Ativo	(%)
DPR	10,88	ACA	0,19
OUT	89,12	DPR	8,61
		FIF	69,20
		EPA	3,00
		FIM	7,00
		OUT	2,00
		OPA	10,00

Comparando as fronteiras calculadas, segundo os critérios já mencionados, verifica-se que sem os limites impostos pela legislação, isto é, com aplicação livre, aumenta as opções de investimentos, mas eleva o risco médio da curva por incorporar ativos mais arriscados. A carteira de mínima variância reduz os investimentos a duas variáveis. Já a curva calculada com as restrições parece aumentar a eficiência na medida em que diversifica a composição da carteira.

Assim, analisando a carteira dos fundos no mês de maio de 97 com aquelas definidas segundo a curva da fronteira eficiente pode-se concluir que as aplicações do fundos de pensão apresentaram-se eficientes no período de 07/94 a 04/97, segundo a proporção das variáveis, à exceção dos investimentos no mercado acionário que ficaram muito acima da composição de melhor risco.

**Gráfico 18 – Fronteira Eficiente**  
**Critério: Proporção máxima de aplicação por Ativo 100%**  
**Matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$**



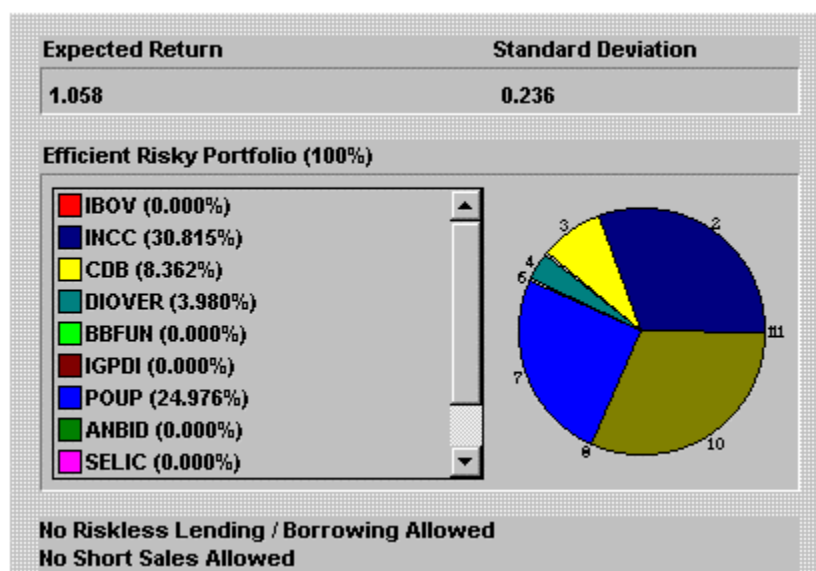
Com base na matriz de retornos esperados ( $R(e_2)_{17 \times 11}$ )<sup>19</sup>, dos ativos selecionados como opções de investimentos, referente ao período de 5/97 até 11/98 traçou-se a curva da fronteira eficiente

<sup>19</sup> A entrada da variável FIV (que está relacionada com o ativo BBFUND na carteira de mercado), a partir de maio/97 subdividiu o período em dois grupos de análise: um de 7/94 até 4/97 (sem o FIV) para calcular o valor esperado em maio/97; e outro de 5/97 até 11/98 (com o FIV) que projetou o valor esperado para dez/98, pois o objetivo de traçar a fronteira eficiente é encontrar a melhor composição de ativos para formar a carteira que atenda à expectativa de maior retorno com menor risco no período seguinte ao da amostra.

representada no Gráfico 18 acima, respeitando como critério de composição de carteira a proporção máxima de 100% em cada ativo.

Na fronteira são caracterizados os ativos que atendem aos limites ideais de risco e retorno. O IBOV e BBFUND não estão visíveis no gráfico pelo baixo retorno esperado, -0,75% e -0,93%, respectivamente, e alto risco representado pelo desvio padrão de 15,6% para o IBOV e 12,5% para o BBFUND. Estes ativos afetam os investimentos em ações e o fundo de investimento variável na composição do patrimônio dos fundos. O movimento das duas variáveis são coerentes uma vez que o BBFUND representa fundos de investimentos lastreados em ações.

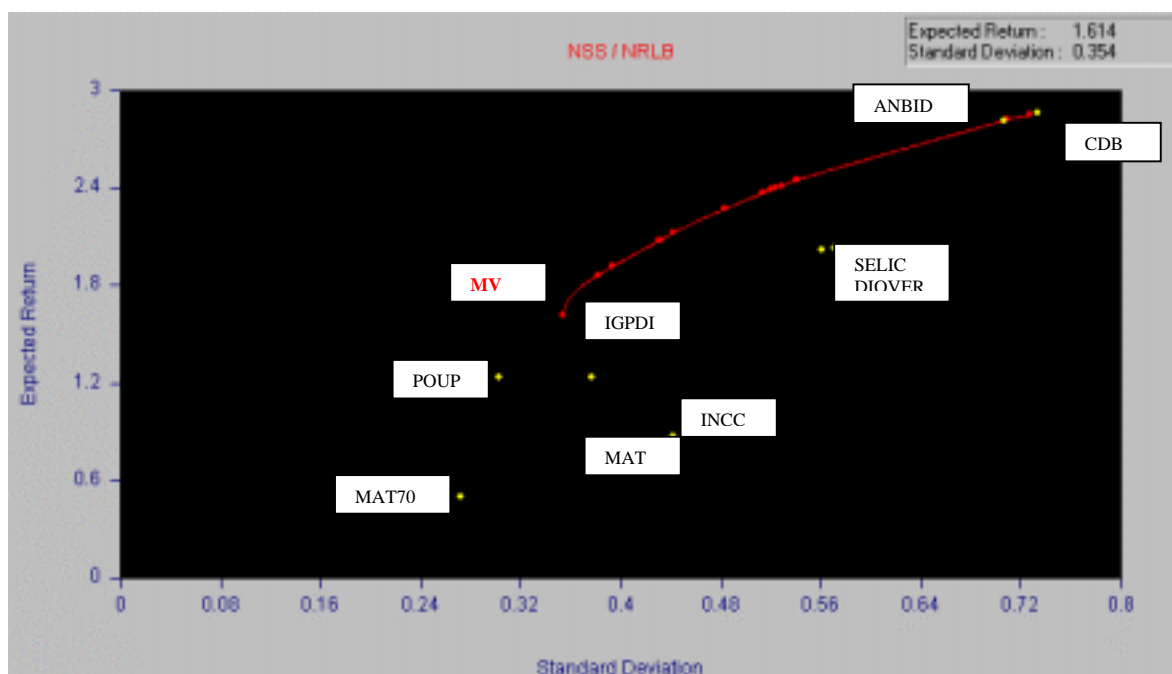
**Gráfico 19 – Demonstração do *Portfolio* da Carteira de Variância Mínima**  
**Critério : Proporção máxima de aplicação por Ativo = 100%**  
**Matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$**



No gráfico 19 acima estão mostrados os percentuais para a composição de uma carteira de investimentos considerando um retorno de 1,06% ao mês e assumindo um risco de 0,24%. A carteira proposta utiliza de ativos mais conservadores como o INCC (30,8%), a POUP (24,9%) e

MAT70 (31,8%) tendo em vista compensar o IBOV e BBFUND que apresentaram baixos retornos e altos riscos. As variáveis dos fundos afetadas pelos ativos mencionados são os imóveis, financiamento imobiliário e outros investimentos, respectivamente. O resultado da carteira de mínima variância encontrada por este critério estabelece um retorno esperado de 1,06% ao mês com risco de 0,24%.

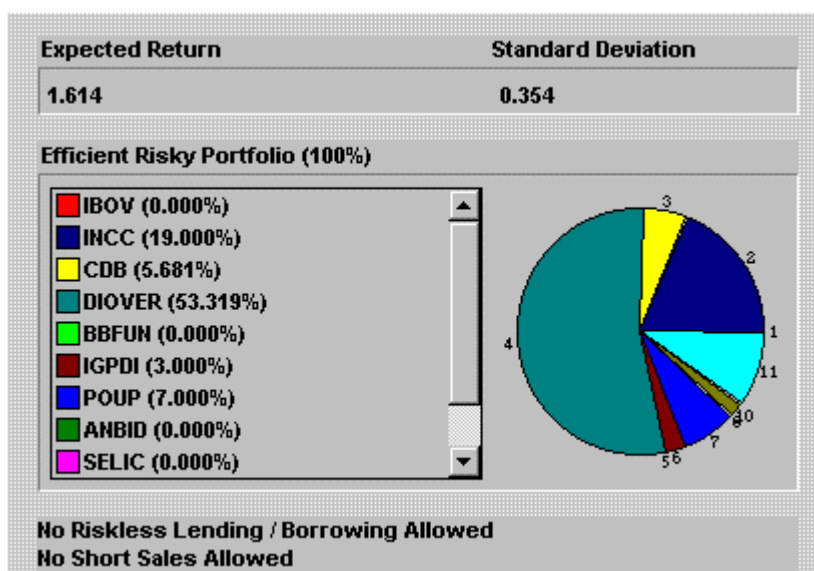
**Gráfico 20 – Fronteira Eficiente**  
**Critério: conforme Resolução 2.324 de 30/10/96**  
**Matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$**



No gráfico 20 acima, os ativos que apresentam maiores rentabilidades são as variáveis ANBID e CDB que se encontram no nível superior da linha da fronteira eficiente. Com exceção do SELIC e do DIOVER os outros ativos estão localizados fora dos limites do conjunto de oportunidades de investimentos, podendo indicar que carteiras formadas com estes ativos serão mais conservadoras.

O gráfico 21 abaixo mostra a composição da carteira de mínima variância proposta segundo o critério da lei, e apresentada no gráfico 16. A relação entre os títulos que apresentam menos riscos com os de maior risco resulta em uma carteira com retorno esperado para dezembro de 98 de 1,61% com risco total de 0,35%.

**Gráfico 21 – Demonstração do *Portfolio* da Carteira de Variância Mínima**  
**Critério : de acordo com a Resolução 2.324 de 3/10/96**  
**Matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$**



No período (maio de 97 a novembro de 98) considerado pela matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$ , a posição dos saldos patrimoniais dos fundos apresentam-se como na Tabela 09, abaixo:

**Tabela 09 : Saldos dos Patrimônios dos Fundos de Pensão**  
**Posição percentual de Dezembro de 1998**

Saldos Percentuais Dezembro de 1998			
var.	(%)	var.	(%)
ACA	19,24	FIM	4,43
IMO	10,67	DEB	3,56
DPR	9,72	TPU	6,52
FIF	22,75	OUT	2,62
FIV	10,15	OPA	8,41
EPA	1,92		

As carteiras de mínima variância propostas pelo método da fronteira eficiente estão mostradas na Tabela 10 abaixo:

**Tabela 10 : Carteira de Mínima Variância  
Conforme critério definido – dez/98**

Carteira Eficiente Maio de 1997			
Crit.: Livre (100%)		Crit.: Legislação	
Ativo	(%)	Ativo	(%)
IMO	30,82	IMO	19,00
DPR	0,36	DPR	5,68
FIF	3,98	FIF	53,32
FIM	24,98	EPA	3,00
OUT	31,87	FIM	7,00
		OUT	2,00
		OPA	10,00

Comparando as carteiras consideradas eficientes com os saldos apresentados pelos fundos constata-se que no critério de livre aplicação (100% em cada ativo) a proposta pelo método de mínimo risco não apresenta semelhanças com a carteira dos fundos. Ao contrário daquela formada com as restrições da lei que apresenta quantidades proporcionais, por ativo, parecidas com a carteira de dezembro de 1998 dos fundos. Novamente, o mercado de ações não coincide com a proposta da mínima variância.

Para atender aos percentuais investidos pelos fundos no mercado de ações, de acordo com a carteira de mercado assumida neste trabalho, as carteiras formadas de acordo com a metodologia da fronteira eficiente e dos critérios de restrições adotados, adotados seriam:

**Tabela 11 : Carteira segundo os Fundos  
Investimentos em Ações – maio/97**

Matriz $R(e_1)_{32 \times 10}$			
ATIVO	100% (%)	ATIVO	Legislação (%)
ACA	32,65	ACA	32,42
DEB	67,35	DEB	67,58

No caso da matriz  $R(e_2)_{17 \times 11}$  os fundos apresentam o percentual de 19,24 % aplicados em dezembro de 1998. Segundo a fronteira eficiente deste período em nenhum dos dois critérios adotados, ou seja investimentos livres de restrição e investimentos efetuados segundo a Resolução 2.324 de 30/10/96, apresenta opção para investimento em ações.

Os resultados encontrados pela aplicação dos critérios de aplicações livres (100%) e pela legislação (Resolução 2.324 de 30/10/96) permitem considerar que os investimentos efetuados livres, isto é, até 100% em cada ativo, seriam menos arriscados, porém também menos rentáveis e com menor número de opções de mercado. Já assumindo em torno de 30% a mais de risco, o segundo critério (legislação) pode melhorar a rentabilidade em aproximadamente 80%. Na média a carteira de mínima variância encontrada com as restrições legais é superior àquela de aplicação livre pois apresenta um acréscimo de 70% de rentabilidade por 42% a mais de risco. No caso, sem a variável de ações, os investimentos dos fundos de pensão fechados apresentam-se coerentes com as carteiras de mínima variância com restrição legal, o que reflete com bastante propriedade a situação real dos fundos.



## BIBLIOGRAFIA

- Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Privada - Abrapp (1996) : *Coletânea das principais leis, decretos, normas e atos relativos às entidades fechadas de previdência privada*. Abrapp, ed. 2. São Paulo, 147 p.
- Allen E. T. Jr., J. J. Melone, J. S. Rosenbloom & J. L. Vanderhei (1994) : *Planos de aposentadoria*. Trad. Áurea D'al Bó e Norma Pinto de Carvalho. ICSS – Instituto Cultural de Seguridade Social, Edições Consultor. São Paulo, 486 p.
- Associação Nacional das Instituições do Mercado Aberto - Andima (1995) : *Sistema financeiro uma análise a partir da contas nacionais 1990-1995*. Andima/IBGE. Rio de Janeiro, 163 p.
- \_\_\_\_\_ (1995) : *Estudos especiais selic - sistema especial de liquidação e custódia*. Andima. Rio de Janeiro e São Paulo, 113 p.
- \_\_\_\_\_ (1997) : *Taxas de juros – um amplo estudo sobre o mercado aberto no Brasil*. Andima. Rio de Janeiro, 123 p.
- Bérni, D. de A. (1978) : *Multicolinearidade e a função de custos : os frigoríficos de suínos do Rio Grande do Sul*. Indicadores Econômicos, v.6, n. 2, p.179-194. Rio Grande do Sul.
- Borouche, J. M., & G. Saporta (1982) : *Análise de dados*. Zahar Editores. Rio de Janeiro, 116 p.
- Brealey, R. A. & S. C. Myers (1998) : *Princípios de finanças empresariais*. Trad. Maria do Carmo Figueira. McGraw-Hill, ed.5. Lisboa - Portugal, 998 p.
- Brito, N. R. O. de (1981) : *O mercado de capitais e a estrutura empresarial brasileira*. Guanabara Dois. Rio de Janeiro, p.73-91.
- Bronson, R. (1999) : *Pesquisa operacional*. Trad. Bernardo Severo da Silva Filho, Othon Guilherme Pinto Bravo. McGraw-Hill. São Paulo, 318 p.
- Bussab, W. de O., E. S. Miazaki & D. F. Andrade (1990) : Introdução à análise de agrupamentos. In : 9º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística. - Associação Brasileira de Estatística - Abe. *Anais*, vol.9. São Paulo, 105 p.
- Chiang, A. (1982) : *Matemática para economistas*. Trad. Roberto Camps Moraes, Ph.D. Editora da Universidade de São Paulo – USP e McGraw-Hill, ed.2. São Paulo, 684 p.
- Conselho Regional de Economia de São Paulo – Corecon (1998) : *Economia em perspectiva-carta de conjuntura 1988-1998*. Publicação Mensal. São Paulo.

- Crivisqui, E. (1997) : *Repaso de los principales conceptos estadísticos y matemáticos necesarios para la comprensión de los métodos de análisis de datos multidimensionales*, Presta – Programme de Recherche et D’Enseignement en Statistique Appliquée. Université Libre de Bruxelles. Bruxelles, 98 p.
- Cyranka, L. de M. & Souza, V. P. de (1998) : *Orientações para normalização de trabalhos acadêmicos*. Editora da Universidade Federal de Juiz de Fora, ed 3. Minas Gerais, 81 p.
- Elton, E., M. Gruber, C. Blake, G. DeBantis, J. Finnerty, W. Goetzmann & E. Ronn (1998) : *The investment portfolio user’s manual*. John Wiley & Sons INC. New York, 105 p.
- Escofier, B., J. Pages (1992) : *Análisis factoriales simples y múltiples* : objetivos, métodos e interpretación. Trad. Elena Abascal Fdez., Karmele Fdez. Aguirre, M. Isabel L. Calvo, José M. Piriz Laespada, Amaya Zárraga Castro. Universidad Del Pais Vasco. Bilbao, 283 p.
- Fonseca, J. S. da & G. D. A. Martins (1996) : *Curso de estatística*. Atlas, ed. 6. São Paulo, 320 p.
- Fundação Getúlio Vargas (1998) : *Conjuntura Econômica, caderno de indicadores econômicos 1988-1998*. Publicação Mensal. Rio de Janeiro.
- Gazeta Mercantil (1998) : *Jornal A Gazeta Mercantil*, caderno B, 1997-1998. Publicação Diária. São Paulo.
- Gil, A. C. (1993) : *Como elaborar projetos de pesquisa*. Atlas, ed. 3. São Paulo.
- Haugen, R. A. (1997) : *Modern investment theory*. Prentice-Hall, ed. 4. New Jersey, 748 p.
- Hoffman, R. (1980): *Estatística para economistas*. Pioneira. São Paulo, 379 p.
- Iudícibus, S. de, E. Martins & E. R. Gelbcke (1995) : *Manual de contabilidade das sociedades por ações*. Fipecafi, USP. Atlas, ed.4. São Paulo, 778 p.
- Laponni J. C. (1997) : *Estatística usando Excell 5 e 7*. Treinamento e Editora Laponni. São Paulo, 402 p.
- Leal, C. I. S. (1990) : *O ouro e os fundos de pensão*. FGV. Rio de Janeiro, 56 p.
- Markowitz, H. M. (1952) : Portfolio Selection. *Journal of Finance*, (v. 07), p.77-91.
- Milone, G. & F. Angelini (1995) : *Estatística aplicada* : números-índices, regressão e correlação, séries temporais. Atlas. São Paulo, 286 p.
- Moraes, J. Q. de Jr. & F. B. Luce (1979) : O modelo de formação de preços de ativos – (capital asset pricing model) - teoria e evidência. *Revista Administração de Empresas*. Rio de Janeiro, (v. 19, n.04), p.31-38.

- Pinto, A. C. F. (1984) : Efeitos da regulamentação econômica : o caso dos investidores institucionais. *Revista Brasileira Mercado de Capitais*, (v.10, n.31), p. 191-220.
- Póvoas, M. S. S. (1985) : *Previdência Privada* : filosofia, fundamentos técnicos, conceituação jurídica. Funenseg, Rio de Janeiro, 426 p.
- Ramalheira, A. C. de P. & Cardoso, S. M. (1995) : *A caracterização do risco*. Livraria Almedina. Coimbra – Portugal, 255 p.
- Ross, S. A., R. W. Westerfield & J. F. Jaffe (1995) : *Administração financeira* : corporate finance. Trad. Antonio Zoratto Sanvicente. Atlas. São Paulo, 698 p.
- Sandroni, P. (1999) : *Novíssimo dicionário de Economia*. Editora Best Seller, São Paulo, 649 p.
- Santana, E. A. (1994) : *O planejamento da geração de energia através de uma análise hierárquica por similaridade com as restrições do sistema*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina –UFSC.
- Sanvicente A Z. & A. Mellagi Filho (1996) : *Mercado de capitais e estratégias de investimento*. Atlas. São Paulo, 157 p.
- Securato, J. R. (1996) : *Decisões financeiras em condições de risco*. Atlas. São Paulo, 244 p.
- Sharpe, W. F., G. J. Alexander & J. V. Bailey (1995) : *Investments*. Prentice-Hall INC, ed. 5. New Jersey, 1.058 p.
- Verdinelli, M. A. (1980) : *Análise inercial em ecologia*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 162 p.
- Verdinelli, M. A. & E. da Silva (1997) : Aplicações do modelo fatorial em economia e sua relação com outras metodologias de análise. *Texto para discussão n. 9*, Curso de Pós-Graduação em Economia, UFSC. Florianópolis, 11 p.
- Vieira, S. & R. Hoffman (1985) : *Elementos de estatística*. Atlas. São Paulo, 159 p.
- Werkema M. C. & S. Aguiar (1996) : *Análise de Regressão* : como entender o relacionamento entre as variáveis de um processo. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, Fundação Cristiano Ottoni, v.7. Belo Horizonte – MG, 311 p.
- Zanette, J. J. (1995) : Os mercados emergentes na formação de portfólios internacionais – um estudo empírico do Brasil e Argentina. In. 19º Encontro Anual da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração – Enampad, *Anais*, v.19, João Pessoa, 20 p.

## **ANEXOS**

# **CAPÍTULO I**

## **CAPÍTULO II**

## **CAPÍTULO III**

## **CAPÍTULO IV**



## **CAPÍTULO V**

